

Matérias

Equações e Inequações.

Técnicas de Cálculo

1. Para cada uma das **equações lineares de uma variável** seguintes, (i) verificar se $x = -1$ é uma solução da equação; (ii) resolver a equação (se possível).

$$(a) x + 3 = 2$$

$$(b) x - 3 = 2$$

$$(c) x = \sqrt{2}$$

$$(d) \frac{x}{2} = \sqrt{2} + \frac{1}{2}$$

$$(e) \frac{x}{2} - 3 = \frac{1}{3}$$

$$(f) -\frac{x}{2} - 3 = \frac{1}{3}$$

$$(g) x - 3 = x - 2$$

$$(h) x - 3 = 2x + 1$$

$$(i) \frac{x-2}{3} = \frac{3x-2}{5} - 1$$

$$(j) \frac{x-2}{3} = 2(3x-2) - 1$$

$$(k) x + 1 = x + 1$$

$$(l) \frac{3}{5}x - 2x - \frac{1}{4} = 0$$

2. Para cada uma das **equações polinomiais de uma variável** seguintes, (i) verificar se $x = -1$ é uma solução da equação; (ii) resolver a equação (se possível).

$$(a) x^2 = 4$$

$$(b) \frac{x^2}{2} = 4$$

$$(c) \left(\frac{x}{2}\right)^2 = 4$$

$$(d) \frac{x^2}{2} = -2$$

$$(e) x^4 = 5$$

$$(f) x^3 = -3$$

$$(g) x^6 = -3$$

$$(h) x^2 + 2x + 1 = 0$$

$$(i) x^2 = 3x - 2$$

$$(j) \frac{x^2}{2} = 4 + x$$

$$(k) (x+1)(x-1) = 0$$

$$(l) \frac{1}{3}x^2 = 3x$$

$$(m) x^2 + 4x = 0$$

$$(n) (x+1)(x-1) = 2$$

$$(o) (x+1)(x-1) = 2$$

$$(p) x^2 = -2$$

3. Para cada uma das **equações racionais de uma variável** seguintes, (i) verificar se $x = -1$ é uma solução da equação; (ii) resolver a equação (se possível).

$$(a) \frac{3x+10}{2x-5} = -2 \quad (b) \frac{x-2}{x+3} + \frac{1}{2} = 3 \quad (c) \frac{1}{x+3} + \frac{1}{x+3} = 4 \quad (d) \frac{x}{x} = 1 \quad (e) \frac{x}{x-3} = \frac{3}{x-3}$$

4. Para cada uma das **equações irracionais de uma variável** seguintes, (i) verificar se $x = -1$ é uma solução da equação; (ii) resolver a equação (se possível).

$$(a) \sqrt{x} - 2 = \frac{1}{2}$$

$$(b) \sqrt{x-3} = 5$$

$$(c) \sqrt{x-2} = \sqrt{2x+1}$$

$$(d) \sqrt{x^2+9} = -5$$

$$(e) \sqrt{x^2} = 2$$

$$(f) \sqrt{\sqrt{x^2}} = 2$$

5. Para cada uma das **equações transcendentais de uma variável** seguintes, (i) verificar se $x = -1$ é uma solução da equação; (ii) resolver a equação (se possível).

$$(a) e^x = 5$$

$$(b) e^x + x = 0$$

$$(c) \log_x 5 = 2$$

6. Resolver as equações em ordem à variável indicada.

$$\begin{array}{lll} (a) A = \frac{1}{2}(b_1 - b_2)h, & h & (b) F = \frac{9}{5}C + 32, \quad C \\ (c) F = \frac{a(b-c)}{d^2}, & c & \\ (d) \log_5(x+2) - \log_5(x-2) = \frac{1}{2}, & x & (e) cb^x = a, \quad b \\ (f) 2\ln(3x) = 4, & x & \\ (g) C = A(2 + 0.2/m)^{mt}, & t & (h) \sqrt{x^2} = 2, \quad x \\ (i) 2/(b^{t-x}x) = a, & t & \end{array}$$

7. Resolver as equações.

$$\begin{array}{llll} (a) |x| = 2 & (b) |-x| = 2 & (c) |-x| = -2 & (d) |x+1| = 3 \\ (e) |x-1| = 3 & (f) |x^2+1| = 2x & (g) |x+1| = |2x-3| & (h) |x| = x^2 \end{array}$$

8. Resolver as inequações em $\mathbb{R}$. Fazer a representação gráfica dos conjuntos solução sobre a reta real.

$$\begin{array}{llll} (a) x \leq 1 & (b) x \leq -1 & (c) -x \leq 1 & (d) -x \leq -1 \\ (e) \frac{x}{3} - 4 > \frac{1}{3} & (f) \frac{x+1}{2} < 3x + \frac{2}{5} & (g) \frac{x-2}{3} < \frac{3x-2}{5} - 1 & (h) \frac{x-2}{x-1} \leq 2 \\ (i) x^2 < 2 & (j) x^2 + 3x - 1 > 0 & (k) x^2 + 3x - 1 < 0 & (l) |x| < 2 \\ (m) |x| \geq 2 & (n) |x-3| < 1/2 & (o) |x-3| < |2x-1| & (p) |-x-3| > |x-1| \\ (q) x^2 + 1 < 0 & (r) x^2 + 1 > 0 & (s) 1 \leq |x| \leq 3 & (t) 1 \leq |x-2| \leq 3 \end{array}$$

Problemas

9. Um relógio adianta-se 5 minutos/dia, enquanto outro se atrasa 3 minutos/dia. Se forem acertados simultaneamente, passadas quantas semanas a diferença entre os tempos marcados é de uma hora?

10. Uma conta bancária é aberta no dia 1 de um dado mês, com a quantia de 1 cêntimo. No final de cada um dos dias seguintes a conta tem o dobro do valor do dia anterior. Qual a quantia de dinheiro na conta no final do dia 30 desse mês?

11. Uma conta bancária é aberta no dia 1 de um dado mês, com a quantia de 1 cêntimo. No final de cada um dos dias seguintes é depositado na conta o dobro do seu valor no dia anterior. Qual a quantia de dinheiro na conta no final do dia 30 desse mês?

12. Um automóvel custa 30000€ e desvaloriza-se à taxa de 10% ao ano.

- Qual o valor do automóvel n anos após a sua compra?
- Ao fim de quantos anos o automóvel vale 15000€?
- Qual deve ser a taxa de desvalorização de modo que, cinco anos após a compra, o automóvel valha 25000€?

13. Um agricultor dispõe de uma cerca de 100 m de comprimento com a qual pretende delimitar uma horta rectangular. Quais as dimensões do rectângulo, sabendo que a área deve ser superior a 600 m²?

14. A população mundial era de aproximadamente 6.9 mil milhões de pessoas no início do ano de 2011, crescendo 76 milhões de pessoas durante esse ano. Supondo que a taxa de crescimento se mantém constante, responder ao seguinte.

- Qual a taxa anual de crescimento da população?

- (b) Fazer uma estimativa da população mundial no ano de 2050.
 (c) Fazer uma estimativa do ano em que a população terá um valor duplo do seu valor no ano de 2011.

Linguagem

15. Escrever as equações, ou inequações, cujas soluções resolvem os problemas enunciados.
- (a) Os pontos de interseção da reta $y = 2x + 1$ com o eixo das abcissas.
 - (b) Os pontos de interseção da reta $y = 2x + 1$ com o eixo das ordenadas.
 - (c) Os pontos de interseção da parábola $y = -x^2 + 2x + 1$ com o eixo das abcissas.
 - (d) Os pontos de interseção da parábola $y = -x^2 + 2x + 1$ com o eixo das ordenadas.
 - (e) Os abcissas dos pontos de interseção da reta $y = 2x + 1$ com a circunferência $x^2 + (y - 2)^2 = 4$.
 - (f) O valor R de uma resistência elétrica é de 20Ω , com um erro inferior a 5%.
 - (g) O valor da área de um quadrado, cuja medida do lado é $2 m \pm 1 mm$.
16. Para cada um dos itens seguintes, escrever uma expressão matemática com significado correspondente.
- | | |
|--|---|
| 1. Equação linear de uma variável. | 6. Inequação linear de uma variável. |
| 2. Equação não linear de uma variável. | 7. Inequação linear de duas variáveis. |
| 3. Equação linear de duas variáveis. | 8. Sistema linear de duas equações com duas incógnitas. |
| 4. Equação quadrática de uma variável. | 9. Sistema não linear de duas equações com três incógnitas. |
| 5. Equação cúbica de uma variável. | |

Exemplo de resolução.

9.

$$\begin{cases} x + y^2 + z = 1 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

Pergunta Dourada

Mostrar que a equação linear de duas variáveis

$$10x + 2 = 5y$$

não admite soluções inteiras.