

Capítulo 2

Instabilidade Lateral de Vigas

2.1- Introdução.....	2.2
2.2- Encurvadura lateral à temperatura ambiente	2.5
2.2.1- Equilíbrio e análise energética.	2.5
2.2.2- Equações diferenciais de equilíbrio.....	2.7
2.2.3- Momento crítico elástico	2.17
2.2.3.1- Exemplo – Viga sujeita a flexão uniforme.....	2.17
2.2.3.2- Exemplo – Viga sujeita a uma força concentrada a meio vão	2.19
2.2.3.3- Exemplo – Viga sujeita a força concentrada e carregamento distribuído	2.21
2.2.4- Dimensionamento à encurvadura lateral segundo o Eurocódigo 3	2.22
2.3- Encurvadura Lateral a temperaturas elevadas	2.25
2.3.1- Verificação da segurança segundo Eurocódigo.....	2.28
2.3.1.1- Domínio da Resistência	2.28
2.3.1.2- Domínio da temperatura	2.29
2.3.1.3- Domínio do tempo	2.31
2.3.2- Caracterização da acção térmica	2.34
2.3.2.1- Mecanismos de transferência de calor	2.35
2.3.2.1.1 Transferência de calor por convecção	2.36
2.3.2.1.2 Transferência de calor por radiação	2.37
2.3.2.1.3 Transferência de calor por condução.....	2.37
2.4- Referências	2.38

2.1- Introdução

Elementos estruturais metálicos, como vigas, colunas ou treliças, são extensivamente utilizados na construção metálica e na engenharia estrutural em geral. Muitas razões contribuíram para o aumento destas estruturas. As principais razões incluem o desenvolvimento dos processos industriais de elementos obtidos por laminagem ou a frio que permitem o projecto da secção desejada, o recurso a aços de elevada qualidade permitindo o aumento da tensão de cedência acompanhado pela redução na espessura e no peso dos elementos, o desenvolvimento de métodos numéricos e códigos de projecto para os projectistas e engenheiros e boas soluções para os problemas de corrosão e ligações, [2.1].

A estabilidade destes elementos estruturais envolve modos de colapso provocados pela perda de equilíbrio, em que uma pequena perturbação na força aplicada provoca um grande deslocamento, resultando num colapso estrutural, ver a Figura 2.1. Os deslocamentos aumentam muito rapidamente e valores críticos são atingidos sob valores de carga crítica. Em aplicações práticas, a origem destas forças instabilizadoras pode estar na presença de imperfeições, porque nenhum elemento estrutural pode ser produzido idealmente. Para a definição do comportamento carga/deslocamento do elemento deve-se contabilizar o efeito da deformação através de uma teoria de segunda ordem, com referência à configuração de deformada do elemento, [2.2].

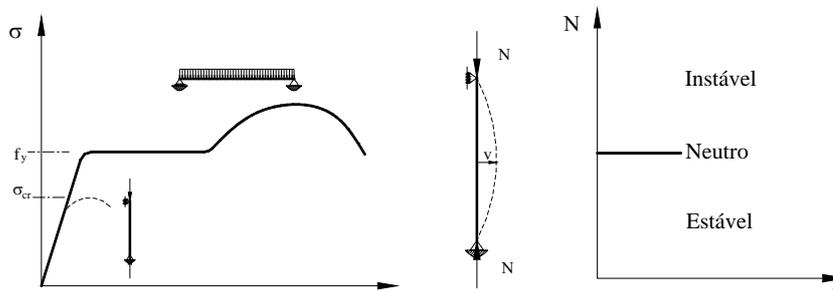


Figura 2.1 – Comportamento à estabilidade, estados de equilíbrio.

Um grande número de elementos estruturais é considerado de parede fina, é esbelto e possui uma secção transversal aberta, considerando a baixos valores de rigidez

à torção. É então importante que as cargas sejam aplicadas com uma baixa excentricidade relativamente ao centro de corte, diminuindo o efeito de torção. Se uma secção de parede fina é sujeita à torção, este estado é determinado por dois mecanismos, a rigidez à torção clássica de De Saint Venant (1855) determinada pelo módulo de corte e pela contribuição do constrangimento ao empenamento da secção transversal associado à torção de St. Venant. Se a variação do ângulo de torção é constante ao longo do elemento, o empenamento de todas as secções transversais é idêntico, pelo que a contribuição de segunda ordem desaparece. Este modo de torção é designado por torção homogénea. Quando existe uma variação, a torção designa-se de não homogénea, [2.3] [2.4].

O empenamento da secção origina o aparecimento de tensões normais e tangenciais. A sua distribuição na espessura do elemento depende da geometria da secção transversal, em particular se é aberta ou fechada, ver a Figura 2.2.

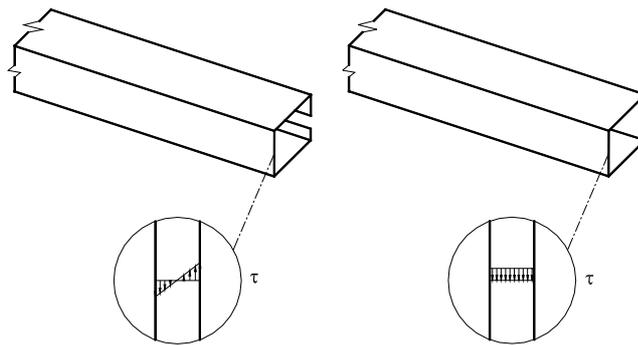


Figura 2.2 – Secção de parede fina, a) aberta, b) fechada.

Quando a secção transversal é aberta, a tensão de corte devido à torção varia linearmente a longo da espessura, com um valor nulo na superfície média. Vlassov generalizou modelo cinemático de De Saint Venant ao estudo da torção não uniforme de secções abertas de parede fina. A teoria de Vlassov é baseada na hipótese de a deformação de corte na superfície média ser nula. Este pressuposto permite que o deslocamento axial w seja proporcional à variação do ângulo de torção $\theta_{z,z}$. O empenamento é dado por $w = -\omega(x, y)\theta_{z,z}(z)$, em que $\theta_{z,z}$ deixa de ser constante. A função de empenamento, ω , é definida por, [2.7];

$$\omega = \int_0^s \rho_0 ds \tag{2.1}$$

em que ρ_0 é a distância na perpendicular do centro de corte à tangente da linha média e s a distância do contorno da linha média da espessura, conforme a Figura 2.3.

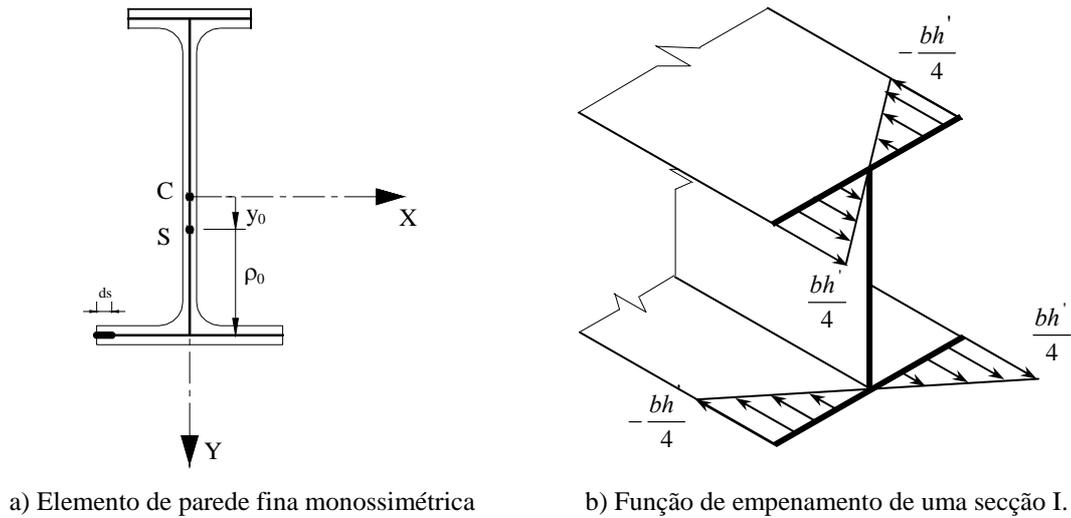


Figura 2.3 – Representação da função de empenamento.

A constante de empenamento da secção transversal é definida por,

$$I_w = \int_A \omega^2 dA \tag{2.2}$$

Quando a secção transversal é fechada, a tensão de corte não varia de sinal ao longo da espessura. A análise deve incluir as deformações de corte devido ao empenamento originado pela torção, [2.5].

Além da baixa rigidez à torção, os elementos estruturais como vigas e colunas, possuem, em geral, baixa rigidez à flexão lateral. Este facto aliado à baixa rigidez à torção, leva a que possa ocorrer o colapso por instabilidade. Esta forma de instabilidade é designada por encurvadura lateral torsional.

Neste capítulo é apresentado, o modelo analítico de cálculo do momento crítico de vigas sujeitas à encurvadura lateral torsional, à temperatura ambiente. É apresentada

ainda a verificação de segurança relativa a este estado limite último, de acordo com o Eurocódigo 3 Parte 1.1, [2.11]. É efectuada uma descrição da importância deste modo de instabilidade a elevadas temperaturas, e são apresentados os domínios de verificação da resistência em situação de incêndio, preconizados no Eurocódigo 3 Parte 1.2, [2.15].

2.2- Encurvadura lateral à temperatura ambiente

2.2.1- Equilíbrio e análise energética.

As teorias de estabilidade são formuladas para determinar as condições para as quais um sistema, que se encontra em equilíbrio, deixa de ser estável. Normalmente, existe somente um parâmetro variável, que usualmente é uma carga, mas que também pode ser a temperatura [2.6].

Em problemas de encurvadura clássicos, por exemplo um pilar bi-articulado sujeito a uma carga de compressão N , o sistema é estável quando N_{sd} é suficientemente baixo e torna-se instável para valores elevados de N_{sd} . O valor de N_{cr} para o qual o sistema deixa de ser estável é designado por valor crítico.

Uma posição de equilíbrio de uma estrutura sob a acção de uma carga pode ser estável, neutro ou instável. Um método para determinar o tipo de equilíbrio de um sistema é considerar o seu comportamento com a aplicação de uma variação infinitesimal da carga para provocar um deslocamento da estrutura, sendo posteriormente retirada, [2.7]. Se a estrutura volta à sua posição inicial para qualquer variação infinitesimal, a posição de equilíbrio original é estável.

Para corpos rígidos o conceito de estabilidade pode ser ilustrado por uma esfera no plano. Se a esfera se encontra em repouso numa superfície côncava e é deslocada da sua posição, esta começará a oscilar em torno da sua posição de equilíbrio, mas acabará por parar na sua proximidade. Este tipo de equilíbrio é estável, Figura 2.4a). Por outro lado, se a esfera se encontra em repouso num plano horizontal e após ter sofrido um deslocamento mantém-se em repouso, a posição de equilíbrio original é neutro, Figura 2.4b). Quando um pequeno deslocamento origina o desenvolvimento de grandes

deslocamentos e velocidades, isto é, quando a esfera não se encontra na posição ou configuração de energia potencial mínima, o equilíbrio é instável, Figura 2.4c).

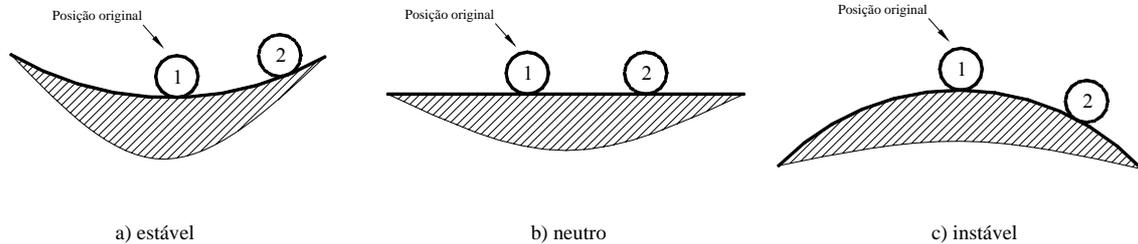


Figura 2.4 – Tipos de Equilíbrio.

Considerando um sistema elástico conservativo, inicialmente no estado de equilíbrio e sob a acção de um conjunto de forças, este deixa o actual estado se for aplicada uma pequena força. Pelo princípio da conservação da energia, o trabalho, W , realizado pela força, é dado por;

$$W = T + V = const. \quad (2.3)$$

em que T é a energia cinética e V a energia potencial.

Assumindo que o processo de aplicação da carga é quasi-estático, não havendo efeitos dinâmicos, a energia cinética é nula, não existindo perdas de energia por atrito ou por deformação plástica continuando a carga aplicada segundo a direcção original, sendo esta conservativa, pode dizer-se que há conservação de energia mecânica total, U_T .

O potencial total, U_T , da estrutura e das suas cargas é definido pela energia de deformação, U , e pela energia potencial das cargas, V .

$$U_T = U + V \quad (2.4)$$

Considerando uma estrutura que sofre uma perturbação no deslocamento δv , o trabalho de uma força infinitesimal δF necessário para manter o equilíbrio na posição adjacente, é dado por;

$$\frac{1}{2}\delta^2W = \frac{1}{2}\delta F\delta v \quad (2.5)$$

Este trabalho provoca um aumento da energia de deformação e da energia potencial da estrutura, pelo que;

$$\frac{1}{2}\delta^2W = \frac{1}{2}(\delta^2U + \delta^2V) \quad (2.6)$$

Quando o equilíbrio é neutro, o trabalho realizado pela força infinitesimal é nulo, não havendo variação da energia da estrutura. A condição da conservação de energia, aquando do equilíbrio neutro, pode ser relacionada com o potencial total U_T .

$$\frac{1}{2}\delta^2U_T = 0 \quad (2.7)$$

Quando uma estrutura instabiliza por encurvadura, sob a acção de uma carga constante, de uma posição de pré-encurvadura v para uma posição com deslocamentos de encurvadura $(v + v_b)$, esta última também é de equilíbrio. Neste caso o princípio do trabalho virtual requer que $\delta U_{TB} = 0$ para qualquer deslocamento virtual δv_b . Como a posição v também é de equilíbrio neutro, o princípio da conservação da energia requer que $\frac{1}{2}\delta^2U_{TP} = 0$ para qualquer deslocamento após a posição de pré-encurvadura.

O princípio dos trabalhos virtuais pode ser usado para de obter as equações diferenciais de equilíbrio, [2.7].

2.2.2- Equações diferenciais de equilíbrio

Considere-se um elemento de parede fina, ver a Figura 2.5, de secção aberta e rectilíneo, com o eixo z coincidente com o eixo longitudinal e os eixos x e y coincidentes com o primeiro e segundo eixos principais da secção transversal do

elemento. A origem destes eixos encontra-se coincidente com o centroide da secção, a sua direcção coincide com os eixos principais centrais de inércia da secção, e o centro de corte é definido por $S(x_0, y_0)$, pelo que;

$$\int_A x dA = \int_A y dA = \int_A xy dA = 0 \quad (2.8)$$

As propriedades geométricas da secção são definidas por;

$$\begin{aligned} A &= \int_A dA \quad , \quad I_y = \int_A x^2 dA \quad , \quad I_x = \int_A y^2 dA \\ I_p &= \int_A (x^2 + y^2) dA \quad , \quad I_{px} = \int_A y(x^2 + y^2) dA \end{aligned} \quad (2.9)$$

O elemento representado na Figura 2.5 encontra-se submetido a forças concentradas em ambas as extremidades ($Q_{y1}, Q_{y2}, Q_{z1}, Q_{z2}$), submetido a forças distribuídas q_y e q_z e ainda a momentos M_{x1} e M_{x2} . Cada um destes carregamentos encontra-se aplicado na coordenada respectiva representada na Figura 2.6.

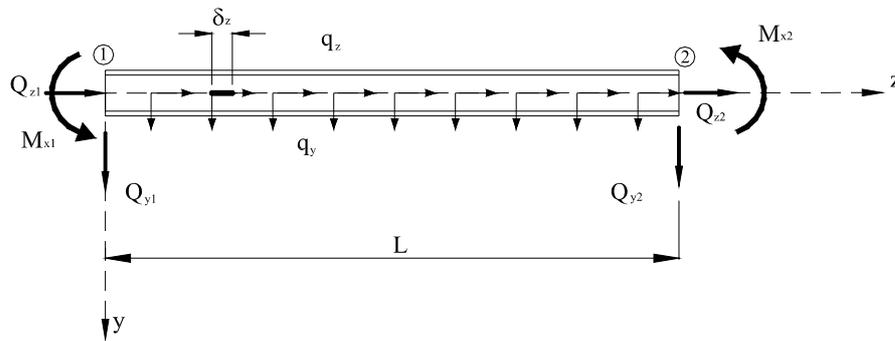


Figura 2.5 - Elemento estrutural submetido a um carregamento generalizado.

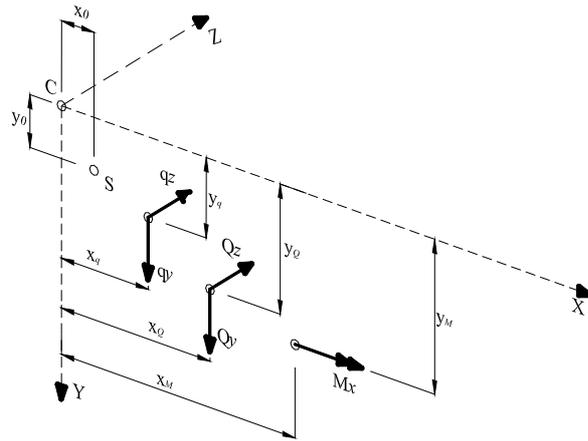


Figura 2.6 – Coordenadas do ponto de aplicação do carregamento na secção transversal.

Sob a acção do carregamento generalizado, o centro de corte do elemento pode sofrer os deslocamentos u, v, w paralelos aos eixos X, Y e Z, e uma rotação ϕ , devido à torção em torno do eixo do centro de corte, ver a Figura 2.7.

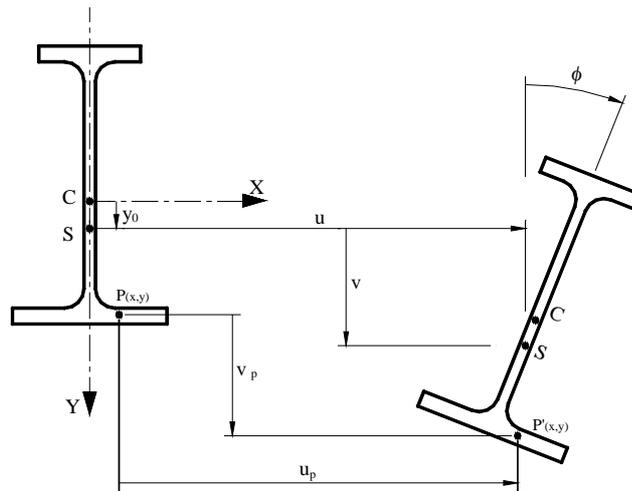


Figura 2.7 - Deslocamento e rotações da secção transversal monossimétrica.

Os deslocamentos de um ponto $P(x,y)$ da secção transversal pode ser obtido utilizando uma expansão em série de Taylor de funções harmônicas, de acordo com, [2.7];

$$\begin{aligned}
 u_p &\approx u - (y - y_0)\phi \\
 v_p &\approx v + (x - x_0)\phi \\
 w_p &\approx (w - xu' - yv' + \omega\phi') + (-xv'\phi + yu'\phi)
 \end{aligned}
 \tag{2.10}$$

A deformação normal longitudinal, ε_p , de um elemento infinitesimal, pode ser obtida pela variação dos deslocamentos v_p e w_p ao longo do elemento, ver a Figura 2.8.

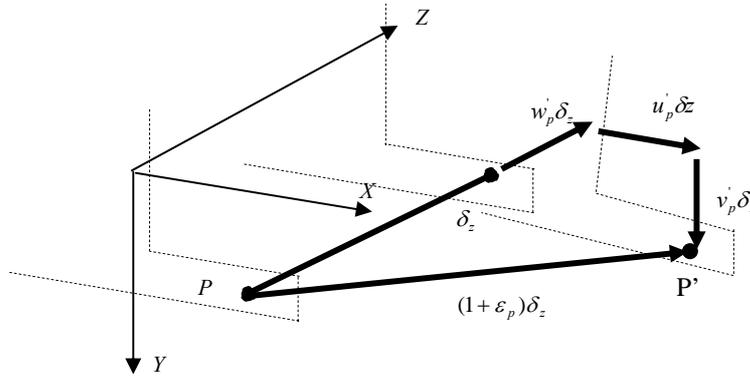


Figura 2.8 – Deformação normal do ponto P.

Atendendo a esta deformação, o novo comprimento elementar é dado por,

$$(1 + \varepsilon_p)\delta_z = \sqrt{(\delta_z + w'_p \delta_z)^2 + (u'_p \delta_z)^2 + (v'_p \delta_z)^2} \quad (2.11)$$

Resolvendo em ordem à deformação, e desprezando os termos quadráticos de ε_p e w'_p , a deformação longitudinal do ponto P é dada por:

$$\varepsilon_p \approx w'_p + \frac{1}{2}(u_p'^2 + v_p'^2) \quad (2.12)$$

Substituindo as relações da equação (2.10) na equação (2.12), obtém-se a deformação em qualquer ponto, contendo termos lineares e não lineares, em que são desprezados os termos de terceira ordem de u e v , e os termos que contêm as suas derivadas.

$$\varepsilon_p \approx (w' - xu'' - yv'' + \omega\phi'') + \left\{ \frac{1}{2} [u'^2 + v'^2 + (x_0^2 + y_0^2)\phi'^2] - x_0 v' \phi' + y_0 u' \phi' + x(-x_0 \phi'^2 - \phi v'') + y(-y_0 \phi'^2 - \phi u'') + \frac{1}{2}(x^2 + y^2)\phi'^2 \right\} \quad (2.13)$$

Para pequenas deformações, desprezando os termos de 2ª ordem, a deformação é dada por;

$$\varepsilon_p \approx (w' - xu'' - yv'' + \omega\phi'') \quad (2.14)$$

A variação do ângulo de torção longitudinal provoca uma deformação de corte. As deformações de corte devidas à flexão e ao empenamento originado por torção, devido à sua magnitude podem ser desprezadas. A deformação de corte devida à flexão uniforme é dada pela equação (2.15), seguindo o modelo de Vlasov, [2.8].

$$\gamma_p = 2t_p\phi' + t_p(u''v' + u'v'') \quad (2.15)$$

em que t_p é a distância da linha média da secção transversal ao ponto P, ver a Figura 2.9.

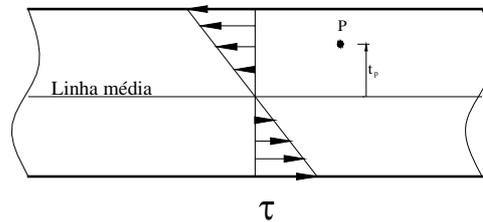


Figura 2.9 – Coordenada do ponto P relativamente à linha média.

Utilizando a lei de Hooke, a tensão longitudinal no ponto “P” é dada por;

$$\sigma_p = E \varepsilon_p \quad (2.16)$$

Reescrevendo em ordem aos esforços internos resultantes,

$$\sigma_p \approx \frac{N}{A} + \frac{M_x y}{I_x} - \frac{M_y x}{I_y} + \frac{B\omega}{I_w} \quad (2.17)$$

em que, N é o esforço axial, M_x e M_y são os momentos de flexão e B o bi-momento introduzido pelo modelo de Vlasov.

Os esforços internos relacionam-se com a rigidez do elemento estrutural de acordo com a expressão 2.18.

$$\left. \begin{aligned} N &= \int_A \sigma_p dA = EA w' \\ M_x &= \int_A \sigma_p y dA = -EI_x v'' \\ -M_y &= \int_A \sigma_p x dA = -EI_y u'' \\ B &= \int_A \sigma_p \omega dA = EI_w \phi'' \end{aligned} \right\} \quad (2.18)$$

A tensão de corte devido à torção uniforme em P é dada por,

$$\tau_p = G\gamma_p \quad (2.19)$$

Atendendo a ambas as deformações, a energia de deformação U é dada por,

$$U = \frac{1}{2} \int_0^L \int_A (\epsilon_p \sigma_p + \gamma_p \tau_p) dA dz \quad (2.20)$$

A energia potencial V pode ser expressa por,

$$V = - \int_0^L (q_y v_q + q_z w_q) dz - \sum (Q_y v_Q + Q_z w_Q - M_x v'_M) \quad (2.21)$$

Admitindo um elemento cuja secção transversal possua um eixo de simetria ($x_0 = 0$), o deslocamento vertical do ponto “P” originado pelo carregamento distribuído (q_y) e concentrado (Q_y), aplicados nos pontos de coordenada $y = y_q$ e $y = y_Q$, pode ser obtido por, [2.8];

$$\begin{aligned} v_q &= v - \frac{1}{2}(y_q - y_0)(v'^2 + \phi^2 - u'v'\phi) \\ v_Q &= v - \frac{1}{2}(y_Q - y_0)(v'^2 + \phi^2 - u'v'\phi) \end{aligned} \quad (2.22)$$

O deslocamento longitudinal da carga concentrada (Q_z) que actua no centroide ($x=0, y=0$) é;

$$w_Q = w \quad (2.23)$$

Para um momento que actua num eixo paralelo a x no ponto $x=0$ e $y=y_M$, a rotação em torno desse eixo é dado por;

$$v'_M = v' \quad (2.24)$$

Admitindo que o elemento sofre um conjunto de deslocamentos virtuais $\delta u, \delta v, \delta w$ e $\delta \phi$ desde uma posição de equilíbrio u, v, w e ϕ , sob a acção de forças e momentos constantes, o princípio da estacionaridade do potencial total, equivalente ao princípio do trabalho virtual, requer que a nova configuração do elemento também seja de equilíbrio, para quaisquer deslocamentos virtuais $\delta u, \delta v, \delta w$ e $\delta \phi$.

Reescrevendo em termos da primeira variação do potencial total,

$$\delta U_T = \delta U + \delta V = \frac{1}{2} \int_0^L \int_A [\delta \varepsilon_p \sigma_p + \varepsilon_p \delta \sigma_p + \delta \gamma_p \tau_p + \gamma_p \delta \tau_p] dA dz + \delta V = 0 \quad (2.25)$$

em que;

$$\begin{aligned} \delta \varepsilon_p &= (\delta w' - x \delta u'' - y \delta v'' + \omega \delta \phi'') + [\delta u' u' + \delta v' v' + (x_0^2 + y_0^2) \delta \phi' \phi'] - \\ &\quad - x_0 (\delta v' \phi' + v' \delta \phi') + y_0 (\delta u' \phi' + u' \delta \phi') + x (-2x_0 \delta \phi' \phi' - \delta \phi v'' - \phi \delta v'') + \\ &\quad + y (-2y_0 \delta \phi' \phi' - \delta \phi u'' - \phi \delta u'') + (x^2 + y^2) \delta \phi' \phi' \end{aligned} \quad (2.26)$$

$$\delta \gamma_p = 2t_p \delta \phi' + t_p (\delta u'' v' + u'' \delta v' + \delta u' v'' + u' \delta v'')$$

$$\delta \sigma_p = E (\delta w' - x \delta u'' - y \delta v'' + \omega \delta \phi'')$$

$$\delta \tau_p = G 2t_p \delta \phi'$$

Para o equilíbrio estável, a primeira variação do potencial total deve ser nula e a segunda definida positiva, isto é, positiva para todas as segundas variações dos deslocamentos e deformações. A instabilidade por encurvadura ocorre quando a segunda variação do potencial total é igual a zero, apresentada na expressão 2.7, que indica uma possível transição de uma posição estável para uma posição instável, [2.8].

$$\frac{1}{2} \delta^2 U_T = \frac{1}{2} \delta^2 U + \frac{1}{2} \delta^2 V = 0 \quad (2.27)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \delta^2 U_T = \frac{1}{2} \int_0^L \int_A [\delta \varepsilon_p \delta \sigma_p + \delta \gamma_p \delta \tau_p + \delta^2 \varepsilon_p \sigma_p + \delta^2 \gamma_p \tau_p] dA dz \\ - \int_0^L (q_y \delta^2 v_q + q_z \delta^2 w_q) dz - \sum_{1,2} (Q_y \delta^2 v_Q + Q_z \delta^2 w_Q - M_x \delta^2 v_M') \end{aligned} \quad (2.28)$$

Desprezando os termos de segunda ordem, as segundas variações das deformações são dadas por;

$$\begin{aligned} \delta^2 \varepsilon_p = (\delta u''^2 + \delta v''^2 + (x_0^2 + y_0^2) \delta \phi'^2) - 2x_0 \delta v' \delta \phi' - 2x(x_0 \delta \phi'^2 + \delta \phi \delta v'') + \\ + 2y(-y_0 \delta \phi'^2 + \delta \phi \delta u'') + (x^2 + y^2) \delta \phi'^2 \end{aligned} \quad (2.29)$$

$$\delta^2 \gamma_p = 0$$

As segundas variações dos deslocamentos no ponto de aplicação do carregamento são;

$$\begin{aligned} \delta^2 v_q &= -\frac{1}{2} (y_q - y_0) \delta \phi^2 \\ \delta^2 v_Q &= -\frac{1}{2} (y_Q - y_0) \delta \phi^2 \\ \delta^2 w_q &= 0 \\ \delta^2 w_Q &= 0 \\ \delta^2 v_M &= 0 \end{aligned} \quad (2.30)$$

Substituindo as equações (2.26), (2.29) e (2.30) em (2.28), a equação da energia simplifica-se em;

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \delta^2 U_T = & \frac{1}{2} \int_0^L \left[EA \delta w'^2 + EI_y \delta u''^2 + EI_x \delta v''^2 + EI_w \delta \phi''^2 \right] dz + \frac{1}{2} \int_0^L GJ \delta \phi'^2 dz \\ & + \frac{1}{2} \int_0^L N \left[\delta u'^2 + \delta v'^2 + (r_0^2 + x_0^2 + y_0^2) \delta \phi'^2 - 2x_0 \delta v' \delta \phi' + 2y_0 \delta u' \delta \phi' \right] dz \\ & + \frac{1}{2} \int_0^L M_x \left[2\delta \phi \delta u'' + \beta_x \delta \phi'^2 \right] dz + \frac{1}{2} \int_0^L M_y \left[2\delta \phi \delta v'' + \beta_y \delta \phi'^2 \right] dz \\ & - \int_0^L (q_y \delta^2 v_q + q_z \delta^2 w_q) dz - \sum_{1,2} (Q_y \delta^2 v_Q + Q_z \delta^2 w_Q - M_x \delta^2 v'_M) \end{aligned} \quad (2.31)$$

em que $\beta_x = -2y_0 + \frac{I_{px}}{I_x}$ e $\beta_y = 2x_0 - \frac{I_{py}}{I_y}$ são os coeficientes de Wagner e

$$r_0^2 = \frac{I_x + I_y}{A} = \frac{I_p}{A}.$$

Durante o processo de instabilidade por encurvadura, a deformação longitudinal do eixo que passa no centroide e a curvatura no plano yz mantêm-se aproximadamente nulos, pelo que se assume que a encurvadura ocorre para valores de N e M_x constantes. As deformações v' e w' são pouco significativas, comparada com as restantes deformações u' e ϕ' , pelo que o termo $\frac{1}{2} \int_0^L EA \delta w'^2 dz$ pode ser desprezado.

Este caso de encurvadura denomina-se por encurvadura inextensional, [2.7].

Para uma secção definida por um eixo de simetria, OY , pelo que $x_0 = \beta_y = 0$, sujeita ao carregamento q_y e Q_y e reescrevendo os deslocamentos infinitesimais de encurvadura $(\delta u, \delta v, \delta w, \delta \phi)$ como (u, v, w, ϕ) , a equação da energia resulta em;

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \int_0^L \left[EI_y u''^2 + EI_w \phi''^2 + GJ \phi'^2 \right] dz + \frac{1}{2} \int_0^L N \left[u'^2 + (r_0^2 + y_0^2) \phi'^2 + 2y_0 u' \phi' \right] dz \\ + \frac{1}{2} \int_0^L M_x \left[2\phi u'' + \beta_x \phi'^2 \right] dz + \frac{1}{2} \int_0^L q_y (y_q - y_0) \phi^2 dz + \frac{1}{2} \sum_{1,2} Q_y (y_Q - y_0) \phi^2 = 0 \end{aligned} \quad (2.32)$$

Numa análise clássica da encurvadura lateral de elementos de parede fina, a encurvadura é tomada como independente dos deslocamentos de pré-encurvadura. Este pressuposto é válido somente para quando a secção transversal possui uma baixa relação entre a rigidez à flexão lateral e a rigidez à torção. Uma análise da encurvadura lateral, incluindo os deslocamentos de pré-encurvadura, apresentada por Pi e Trahair, pode ser consultada nas referências [2.8] [2.9]. Neste caso a equação da energia resume-se na equação (2.33), em que v_0 são os deslocamentos de pré-encurvadura, [2.8].

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \int_0^L \left[EI_y (u'' + v_0'' \phi)^2 + EI_w \left(\phi'' + \frac{1}{2} (v_0' u''' - v_0'' u') \right)^2 + GJ \left(\phi' + \frac{1}{2} (v_0' u'' - v_0'' u') \right)^2 \right] dz \\ & + \frac{1}{2} \int_0^L N \left[u'^2 + (r_0^2 + y_0^2) \phi'^2 + 2y_0 (u' \phi' + v_0' \phi \phi') \right] dz + \frac{1}{2} \int_0^L M_x \left[2\phi u'' + \beta_x \phi'^2 + v_0'' \phi^2 \right] dz \\ & + \frac{1}{2} \int_0^L q_y (y_q - y_0) (\phi^2 - v_0' u' \phi) dz + \frac{1}{2} \sum_{1,2} Q_y (y_Q - y_0) (\phi^2 - v_0' u' \phi) = 0 \end{aligned} \quad (2.33)$$

Os termos desta equação energética podem ser agrupados em três grupos. O primeiro contém a energia de deformação armazenada durante a encurvadura, envolvendo a rigidez à flexão lateral (EI_y), a rigidez à torção (GJ) e ao empenamento (EI_w). O segundo grupo envolve os esforços resultantes do estado de tensão, N e M_x . Os restantes termos representam o trabalho das forças de corte, q_y e Q_y , que actuam à distância $(y_q - y_0)$ e $(y_Q - y_0)$ abaixo de centro de corte.

Como já se referiu, as equações diferenciais de equilíbrio podem ser obtidas pelo princípio do trabalho virtual. Alternativamente, pode recorrer-se à equação da energia usando o cálculo variacional, [2.7]. A segunda variação do potencial total, pode ser considerado como um funcional dos deslocamentos e deformações de encurvadura.

$$\frac{1}{2} \delta^2 U_T = \int_0^L F(z, u', u'', u''', \phi, \phi', \phi'') dz \quad (2.34)$$

As funções u e ϕ que tornam o potencial estacionário satisfazem as seguintes equações de Euler.

$$\begin{aligned}
-\frac{d}{dz}\left(\frac{\partial F}{\partial u'}\right) + \frac{d^2}{dz^2}\left(\frac{\partial F}{\partial u''}\right) - \frac{d^3}{dz^3}\left(\frac{\partial F}{\partial u'''}\right) &= 0 \\
\frac{\partial F}{\partial \phi} - \frac{d}{dz}\left(\frac{\partial F}{\partial \phi'}\right) + \frac{d^2}{dz^2}\left(\frac{\partial F}{\partial \phi''}\right) &= 0
\end{aligned}
\tag{2.35}$$

Ignorando os deslocamentos e deformações de pré-encurvadura, as equações diferenciais de equilíbrio são as apresentadas na equação (2.36).

$$\begin{aligned}
[EI_y u'''] &= [N(u' + y_0 \phi')] - [M_x \phi'] \\
[EI_w \phi'''] - [GJ \phi'] &= [M_x \beta_x \phi'] - M_x u'' + [N(y_0 u' + (r_0^2 + y_0^2) \phi')] - q_y (y_q - y_0) \phi
\end{aligned}
\tag{2.36}$$

2.2.3- Momento crítico elástico

2.2.3.1- Exemplo – Viga sujeita a flexão uniforme

Os principais métodos utilizados para a obtenção do valor analítico das cargas de encurvadura são os métodos de Ritz e de Galerkin. O método de Ritz é baseado na condição de estacionaridade do potencial total. O método de Galerkin é aplicado às equações diferenciais de equilíbrio. Em ambos os métodos é necessária a aproximação dos deslocamentos a partir de funções compatíveis com as condições de fronteira do elemento, [2.10].

Considere-se a viga duplamente simétrica, Figura 2.10, sujeita a flexão uniforme, de comprimento L e com apoios de forquilha, que impedem o seu deslocamento vertical e lateral mas permitem o seu empenamento.

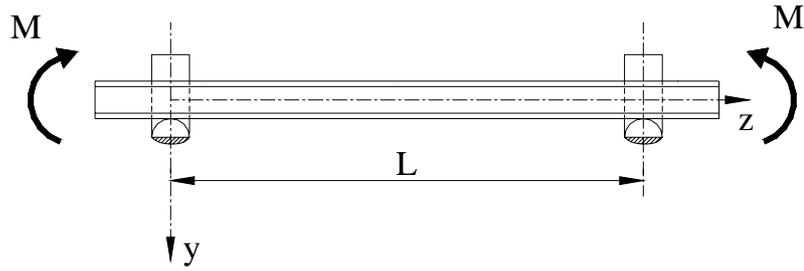


Figura 2.10 – Viga duplamente simétrica sujeita a flexão uniforme.

Para este caso a equação da energia (2.32) simplifica-se em

$$\frac{1}{2} \int_0^L \left[EI_y u''^2 + EI_w \phi''^2 + GJ \phi'^2 \right] dz + \frac{1}{2} \int_0^L M_x 2\phi u'' dz = 0 \quad (2.37)$$

Uma solução possível para os deslocamentos e rotação da secção da viga, que satisfaz as condições de fronteira e as equações de equilíbrio, é a utilização de funções sinusoidais, apresentadas na equação (2.38).

$$\frac{u}{\delta} = \frac{\phi}{\theta} = \sin\left(\frac{\pi z}{L}\right) \quad (2.38)$$

em que δ e θ representam as amplitudes do deslocamento lateral e da rotação a meio vão da viga.

Substituindo os modos de encurvadura da equação (2.38) na equação da energia (2.37) e após simplificação obtém-se:

$$EI_y \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 \delta^2 + EI_w \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 \theta^2 + GJ\theta^2 - 2M\delta\theta = 0 \quad (2.39)$$

Reescrevendo na forma matricial,

$$[\delta \quad \theta] \begin{bmatrix} EI_y \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 & -M \\ -M & GJ + EI_w \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \\ \theta \end{bmatrix} = 0 \quad (2.40)$$

Admitindo uma solução alternativa para além da trivial ($\delta = \theta = 0$), o determinante da matriz deve ser nulo, o que leva à solução exacta do momento crítico de uma viga simplesmente apoiada, duplamente simétrica e sujeita a flexão uniforme.

$$M_{cr,M} = \sqrt{\frac{\pi^2 EI_y}{L^2} \left(GJ + \frac{\pi^2}{L^2} EI_w \right)} \quad (2.41)$$

2.2.3.2- Exemplo – Viga sujeita a uma força concentrada a meio vão

Considere a viga duplamente simétrica sujeita a uma força concentrada aplicada na coordenada $y = y_Q$ apresentada na Figura 2.11.

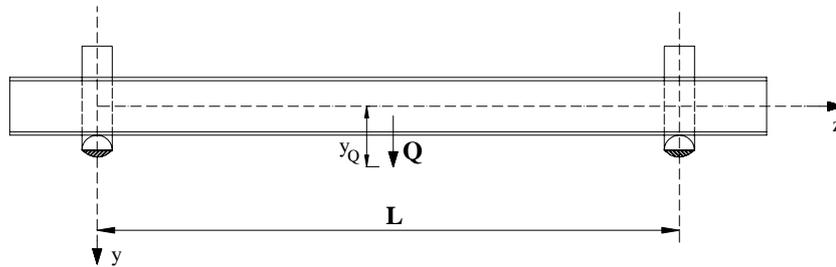


Figura 2.11 - Viga duplamente simétrica sujeita a uma carga concentrada a meio vão.

Para este caso a equação da energia (2.32) simplifica-se em:

$$\frac{1}{2} \int_0^L \left[EI_y u''^2 + EI_w \phi''^2 + GJ \phi'^2 \right] dz + \frac{1}{2} \int_0^L M_x 2\phi u'' dz + \frac{1}{2} \sum Q_y y_Q \phi^2 = 0 \quad (2.42)$$

em que momento flector existente na viga pode ser expresso pela equação (2.43).

$$M_x = \frac{Q}{2}z \quad \text{para} \quad 0 \leq z \leq \frac{L}{2} \quad (2.43)$$

Fazendo uso da simetria geométrica e de carregamento tem-se;

$$[\delta \quad \theta] \begin{bmatrix} EI_y \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 & -\frac{8a}{\pi} \frac{QL}{4} \\ -\frac{8a}{\pi} \frac{QL}{4} & GJ + EI_w \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 + 2 \frac{QLy_Q}{\pi^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \\ \theta \end{bmatrix} = 0 \quad (2.44)$$

com

$$a = \frac{1}{L} \int_0^{\frac{L}{2}} \frac{\pi z}{L} \sin^2 \left(\frac{\pi z}{L} \right) dz = \frac{\pi^2 + 4}{16\pi} \approx 0.2759$$

O momento crítico para uma viga submetida a uma carga a meio vão é dado por;

$$M_{cr,Q} = \frac{QL}{4} = 1,423 \left[\sqrt{\frac{\pi^2 EI_y}{L^2} \left(GJ + \frac{\pi^2}{L^2} EI_w \right) + (0,577 P_y y_Q)^2} + 0,577 P_y y_Q \right] \quad (2.45)$$

Reescrevendo em função do momento crítico para flexão uniforme, obtém-se;

$$\frac{M_{cr,Q}}{M_{cr,M}} = 1,423 \left[\sqrt{1 + \left(0,577 \frac{P_y y_Q}{M_{cr,M}} \right)^2} + 0,577 \frac{P_y y_Q}{M_{cr,M}} \right] \quad (2.46)$$

em que $M_{cr,M}$ é o momento crítico para vigas sujeitas a flexão uniforme, dado pela equação (2.41) e P_y representa o valor dado pela equação (2.47).

$$P_y = \frac{\pi^2 EI_y}{L^2} \quad (2.47)$$

2.2.3.3- Exemplo – Viga sujeita a força concentrada e carregamento distribuído

Para uma viga, duplamente simétrica, sujeita a uma carga concentrada a meio vão, aplicada à coordenada $y = y_Q$ e simultaneamente a um carregamento uniformemente distribuído aplicado à coordenada $y = y_q$, ver Figura 2.12, a equação da energia é a apresentada na equação (2.48).

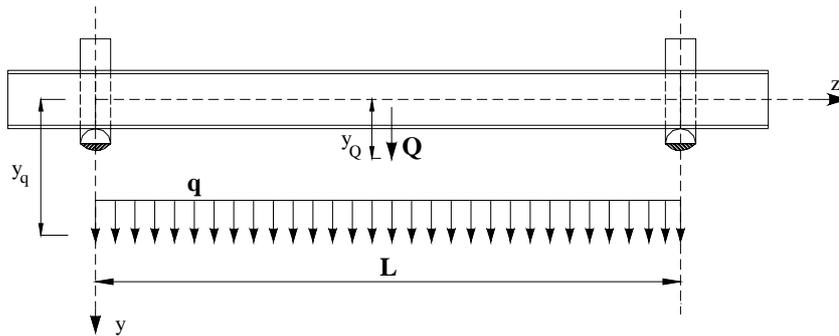


Figura 2.12 - Viga duplamente simétrica sujeita a uma carga concentrada e carregamento distribuído.

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \int_0^L \left[EI_y u''^2 + EI_w \phi''^2 + GJ \phi'^2 \right] dz + \frac{1}{2} \int_0^L M_x \left[2\phi u'' + \beta_x \phi'^2 \right] dz + \\ & + \frac{1}{2} \int_0^L q_y (y_q - y_0) \phi^2 dz + \frac{1}{2} \sum_{1,2} Q_y (y_Q - y_0) \phi^2 = 0 \end{aligned} \tag{2.48}$$

A equação do momento flector é dada pela equação (2.49).

$$M_x = \frac{Q_y}{2} z + \frac{q_y L}{2} z - \frac{q_y}{2} z^2 \quad \text{para} \quad 0 \leq z \leq \frac{L}{2} \tag{2.49}$$

Fazendo novamente uso da simetria, a equação da energia dá origem a,

$$[\delta \quad \theta] \begin{bmatrix} EI_y \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 & \frac{2}{\pi^2} (-Q_y L \pi a + q_y L^2 (b - \pi a)) \\ Sim & GJ + EI_w \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 + \frac{2}{\pi^2} \left(\frac{Q_y L}{4} y_Q + \frac{q_y L^2}{8} y_q \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \\ \theta \end{bmatrix} = 0 \quad (2.50)$$

com

$$b = \frac{1}{L} \int_0^L \left(\frac{\pi z}{L}\right)^2 \sin^2\left(\frac{\pi z}{L}\right) dz = \frac{\pi^2 + 6}{48} \approx 0.3306$$

Calculando o determinante e simplificando para o caso em que o carregamento distribuído se encontra aplicado no centroide, $y_q = 0$, o momento crítico elástico pode ser obtido por;

$$\frac{M_Q + M_q}{M_{cr,M}} = 1,423 \left[\sqrt{1 + \left(0,577 \frac{P_y y_Q}{M_{cr,M}}\right)^2} - 1,003 \frac{P_y y_Q}{M_{cr,M}^2} M_q + 0,577 \frac{P_y y_Q}{M_{cr,M}} - 0,1667 \frac{M_q}{M_{cr,M}} \right] \quad (2.51)$$

em que;

$$M_Q = \frac{QL}{4} \quad e \quad M_q = \frac{qL^2}{8} \quad (2.52)$$

2.2.4- Dimensionamento à encurvadura lateral segundo o Eurocódigo 3

O momento resistente de elementos sujeitos à encurvadura lateral, com secção recta da classe 1 e 2, deverá ser calculado a partir da expressão 2.53, de acordo com o Eurocódigo 3 Parte 1.1, [2.11].

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} \cdot \beta_w \cdot W_{pl,y} \cdot f_y / \gamma_{M1} \quad (2.53)$$

O factor β_w iguala a unidade para estes tipos de secções, $W_{pl,y}$ representa o valor do módulo plástico, f_y o valor da tensão de cedência e χ_{LT} o factor de redução para a encurvadura lateral, calculado pela expressão 2.54.

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\phi_{LT} + [\phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2]^{0.5}} \quad (2.54)$$

O coeficiente ϕ_{LT} depende do factor de imperfeição α_{LT} , que toma o valor de 0.21 e tem em consideração o valor de desfasamento 0.2, de acordo com a equação (2.55).

$$\phi_{LT} = \frac{1}{2} [1 + \alpha_{LT} (\bar{\lambda}_{LT} - 0.2) + \bar{\lambda}_{LT}^2] \quad (2.55)$$

A esbelteza adimensional $\bar{\lambda}_{LT}$ pode ser determinada através de uma das possíveis expressões seguintes.

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\beta_w W_{pl,y} f_y / M_{cr}} = \left(\frac{\lambda_{LT}}{\lambda_1} \right) \sqrt{\beta_w} \quad (2.56)$$

O coeficiente de esbelteza geométrico, no caso de ELT, deverá ser calculada de acordo com:

$$\lambda_{LT} = \sqrt{\pi^2 E W_{pl,y} / M_{cr}} \quad (2.57)$$

A esbelteza λ_1 é função das propriedades do material, conforme se pode verificar na expressão 2.58.

$$\lambda_1 = 93.9 \varepsilon = \pi \sqrt{E / f_y} \quad , \quad \varepsilon = \sqrt{235 / f_y} \quad (2.58)$$

O momento resistente da secção recta depende de módulo plástico da secção, da tensão de cedência e de um factor parcial de segurança γ_{M0} .

$$M_{c,Rd} = W_{pl,y} f_y / \gamma_{M0} \quad (2.59)$$

De acordo com este código de projecto, não está previsto a ocorrência deste fenómeno de instabilidade para elementos que apresentem esbelteza adimensional inferior a 0.4.

A versão do Eurocódigo 3 Parte 1.1 de Maio 2003, [2.12], determina que, para perfis obtidos por laminagem ou secções soldadas sujeitas à flexão, o factor de redução da encurvadura lateral deve ser obtido por,

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\phi_{LT} + \sqrt{\phi_{LT}^2 - \beta \bar{\lambda}_{LT}^2}} \quad \text{mas} \quad \begin{cases} \chi_{LT} \leq 1.0 \\ \chi_{LT} \leq \frac{1}{\bar{\lambda}_{LT}^2} \end{cases} \quad (2.60)$$

e

$$\phi_{LT} = \frac{1}{2} [1 + \alpha_{LT} (\bar{\lambda}_{LT} - \bar{\lambda}_{LT,0}) + \beta \bar{\lambda}_{LT}^2] \quad (2.61)$$

O factor de imperfeição α_{LT} , para perfis laminados, depende da relação h/b da secção transversal. Para limites $h/b \leq 2$ toma o valor de 0.34 e para $h/b > 2$ o valor de 0.49. O parâmetro $\bar{\lambda}_{LT,0}$ e β serão definidos nos anexos nacionais, no entanto é recomendado os valor máximo de 0.4 e mínimo de 0.75, respectivamente.

Para contabilizar a variação do diagrama de momentos no elemento, o factor de redução deve ser modificado de acordo com a equação (2.62).

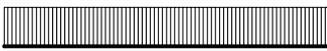
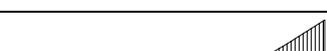
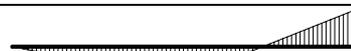
$$\chi_{LT,mod} = \frac{\chi_{LT}}{f} \quad \text{mas} \quad \chi_{LT,mod} \leq 1 \quad (2.62)$$

O valor mínimo de f recomendável é dado por

$$f = 1 - 0.5(1 - k_c) \left[1 - 2.0(\bar{\lambda}_{LT} - 0.8)^2 \right] \quad \text{com} \quad f \leq 1.0 \quad (2.63)$$

k_c é um factor de correcção fornecido pela Tabela 2.1.

Tabela 2.1 – Factores de correcção k_c .

Distribuição do momento	k_c
 $\psi = 1$	1.0
 $-1 \leq \psi \leq 1$	$\frac{1}{1.33 - 0.33\psi}$
	0.94
	0.90
	0.91
	0.86
	0.77
	0.82

2.3- Encurvadura Lateral a temperaturas elevadas

Quando um elemento estrutural se encontra submetido a um carregamento mecânico e é simultaneamente sujeito a temperaturas elevadas (por exemplo, devido à acção do fogo), a degradação das propriedades mecânicas do material pode originar o seu colapso, por instabilidade, devido à diminuição da capacidade resistente. A temperatura correspondente ao último instante de equilíbrio designa-se por temperatura crítica.

De acordo com o Eurocódigo 3 Parte 1.2, [2.15], o cálculo estrutural ao fogo pode ser feito através da utilização de tabelas de ensaios experimentais efectuados em fornalhas, por métodos avançados de cálculo e por métodos simplificados de cálculo.

Este último é válido somente para elementos estruturais isolados, em que é desprezada a interação entre os mesmos.

A temperatura de incêndio θ_g pode ser dada em termos de curvas nominais temperatura - tempo ou sob a forma de curvas paramétricas. Os documentos em referência definem três curvas nominais:

1- Curva de incêndio padrão, ISO 834, com o tempo em unidades de minuto:

$$\theta_g = 20 + 345 \times \log_{10}(8t + 1) \text{ [}^\circ\text{C]} \quad (2.64)$$

2- Curva de incêndio para elementos estruturais exteriores:

$$\theta_g = 20 + 660 \times \left(1 - 0,687 \times e^{-0,32t} - 0,31 \times e^{-3,8t}\right) \text{ [}^\circ\text{C]} \quad (2.65)$$

3- Curva de incêndio para hidrocarbonetos:

$$\theta_g = 20 + 1080 \times \left(1 - 0,325 \times e^{-0,167t} - 0,675 \times e^{-2,5t}\right) \text{ [}^\circ\text{C]} \quad (2.66)$$

Na Figura 2.13 são apresentadas as evoluções dos três tipos de curvas, onde se verifica a inexistência de uma fase de arrefecimento.

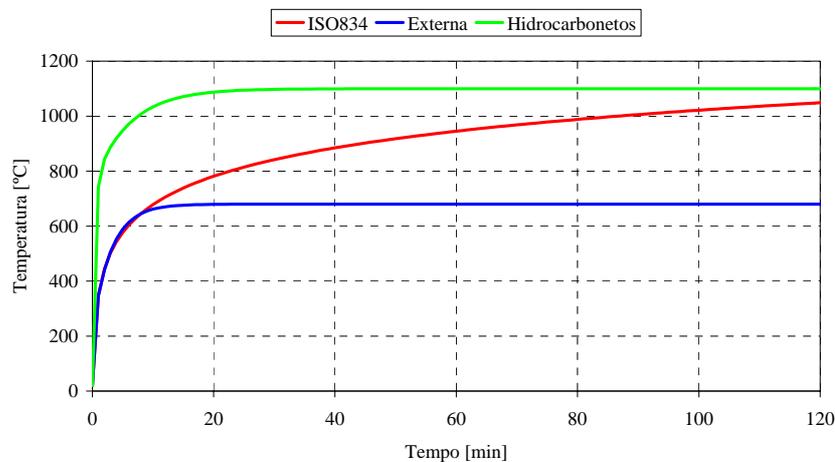


Figura 2.13 – Curvas de incêndio nominais.

As curvas paramétricas distinguem-se das anteriores por possuírem fases de arrefecimento. Estas pretendem representar a evolução da temperatura média de um incêndio em compartimentos reais, pelo que preconiza a existência de aberturas no compartimento e a densidade de carga de incêndio.

O Eurocódigo 3 parte 1.2, [2.15], sugere que, para a verificação da resistência ao fogo, utilizando-se a curva de incêndio padrão ISO 834, é suficiente uma análise por elementos.

A verificação da resistência ao fogo, pode ser feita em três domínios diferentes. No domínio do tempo ($t_{fi,d} \geq t_{fi,requ}$), no domínio da resistência ($E_{fi,d,t} \leq R_{fi,d,t}$) no instante $t_{fi,requ}$ e no domínio da temperatura ($\theta_d \leq \theta_{cr,d}$) no instante $t_{fi,requ}$, [2.13]. Nestas inequações, $t_{fi,d}$ representa o valor de cálculo da resistência ao fogo, ou seja, a duração do incêndio padrão ISO 834 ou outro incêndio nominal, necessária para que o elemento de aço atinja a temperatura crítica, $t_{fi,requ}$ a resistência ao fogo requerida regulamentarmente, θ_d o valor de cálculo da temperatura do elemento e $\theta_{cr,d}$ o valor de cálculo da temperatura crítica do elemento.

A Figura 2.14, procura ilustrar estes três domínios de verificação da resistência e a relação existente entre eles. Está representada a evolução da temperatura θ_d do elemento estrutural, o efeito das acções $E_{fi,d,t}$, constante ao longo do tempo, a diminuição progressiva da resistência $R_{fi,d,t}$ e a temperatura crítica do elemento $\theta_{cr,d}$.

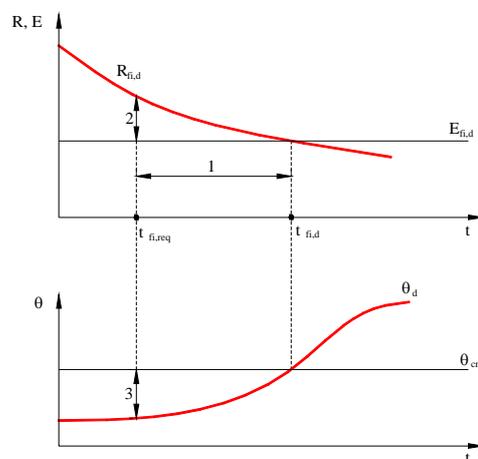


Figura 2.14 - Domínios de verificação de resistência ao fogo.

No domínio do tempo, ver intervalo 1, o valor de cálculo do tempo de resistência ao fogo, $t_{fi,d}$, deve ser inferior ao tempo de resistência ao fogo requerido regulamentarmente. Em 2, o valor de cálculo dos efeitos das acções, $E_{fi,d}$, não pode ser superior à capacidade resistente em situação de incêndio, $R_{fi,d,t}$. Por último, em 3, o valor de cálculo da temperatura do elemento, θ_d , não pode ultrapassar a temperatura crítica do elemento, $\theta_{cr,d}$.

2.3.1- Verificação da segurança segundo Eurocódigo

2.3.1.1- Domínio da Resistência

A resistência ao fogo de um elemento estrutural pode ser definido como o intervalo de tempo transcorrido desde o início de um incêndio normalizado, até ao momento em que o elemento atinge a sua temperatura crítica, ou seja a temperatura a partir da qual deixa de satisfazer as funções de suporte da carga para que foi projectado, verificando a condição de segurança da inequação (2.67), [2.13].

$$E_{fi,d} \leq R_{fi,d,t} \quad (2.67)$$

$E_{fi,d}$ representa o valor de projecto do efeito das acções exercidas sobre o elemento, que no caso de uma situação de acidente deve ser determinado em função da combinação acidental, [2.13].

No caso da verificação de segurança de elementos de viga (classe 1 e 2), $R_{fi,d,t}$ pode representar o valor de cálculo do momento flector resistente no instante t , $M_{b,fi,t,Rd}$, sem constrangimentos laterais, devendo este ser determinado pela equação (2.68), [2.15].

$$M_{b,fi,t,Rd} = \chi_{LT,fi} W_{pl,y} k_{y,\theta,com} f_y / \gamma_{M,fi} \quad (2.68)$$

$\chi_{LT,fi}$ é o factor de redução para a encurvadura lateral torsional na situação de fogo e $k_{y,\theta,com}$ o factor de redução da tensão de cedência do aço para a máxima temperatura no banzo à compressão, $\theta_{a,com}$, no instante t .

O valor de $\chi_{LT,fi}$ deve ser determinado de acordo com a seguinte expressão.

$$\chi_{LT,fi} = \frac{1}{\phi_{LT,\theta,com} + \sqrt{[\phi_{LT,\theta,com}]^2 - [\bar{\lambda}_{LT,\theta,com}]^2}} \quad (2.69)$$

com

$$\phi_{LT,\theta,com} = \frac{1}{2} \left[1 + \alpha \bar{\lambda}_{LT,\theta,com} + (\bar{\lambda}_{LT,\theta,com})^2 \right] \quad (2.70)$$

e

$$\alpha = 0.65 \sqrt{235/f_y} \quad (2.71)$$

A esbelteza adimensional é dada por,

$$\bar{\lambda}_{LT,\theta,com} = \bar{\lambda}_{LT} \left[k_{y,\theta,com} / k_{E,\theta,com} \right]^{0.5} \quad (2.72)$$

Em que $k_{E,\theta,com}$ é o factor de redução do módulo de elasticidade para a máxima temperatura atingida no banzo à compressão, $\theta_{a,com}$, no instante t . O valor de $\bar{\lambda}_{LT}$ é obtido pelo Eurocódigo 3 Parte 1.1, segundo a equação (2.56).

2.3.1.2- Domínio da temperatura

Como alternativa ao ponto anterior, a verificação da resistência ao fogo pode ser feita no domínio da temperatura, estabelecendo-se que esta não ultrapasse a temperatura crítica, ver Figura 2.14.

Conforme representado na equação (2.67), o limite de segurança, $E_{fi,d} = R_{fi,d,t}$, ocorre para um determinado valor do factor de redução da tensão de cedência, $k_{y,\theta}$, relacionado com o valor da temperatura crítica, $\theta_{a,cr}$.

Considerando a relação entre o factor de redução da tensão de cedência, $k_{y,\theta}$ e a temperatura, fornecida pela equação (3.13) e considerando $\mu_0 = k_{y,\theta}$, pode-se definir a temperatura crítica em função do grau de utilização, ver a equação (2.73), [2.15].

$$\theta_{a,cr} = 39,19 \ln \left[\frac{1}{0,9674 \mu_0^{3,833}} - 1 \right] + 482 \quad (2.73)$$

O grau de utilização, μ_0 , é definido pelas acções e pela capacidade resistente no instante $t=0$, isto é, à temperatura ambiente mas calculada com as expressões a temperaturas elevadas.

$$\mu_0 = \frac{E_{f,d}}{R_{f,d,0}} \quad (2.74)$$

A equação (2.73) é válida quando a resistência, $R_{f,d,t}$ for directamente proporcional à tensão de cedência do aço, isto é, para elementos que não estejam sujeitos a fenómenos de instabilidade, para secções da Classe 1, Classe 2 e Classe 3.

Para elementos com secções transversais da Classe 4, que não sejam peças traccionadas, a temperatura crítica tem um valor constante de $\theta_{a,cr} = 350^\circ C$.

O cálculo da temperatura crítica para elementos sujeitos a fenómenos de instabilidade, como por exemplo a encurvadura em elementos comprimidos e a encurvadura lateral em elementos sujeitos a flexão, é um cálculo iterativo pois a equação (2.74) só fornece $\mu_0 = k_{y,\theta}$ independente da temperatura se a resistência do elemento for directamente proporcional à tensão de cedência do aço, como acontece nos elementos traccionados e nos elementos sujeitos a flexão simples sem risco de encurvadura lateral.

O cálculo da temperatura crítica para elementos sujeitos a fenómenos de instabilidade (elementos comprimidos por flexão sujeitos à encurvadura lateral) deverá ser um processo iterativo, uma vez que a resistência não é directamente proporcional à tensão de cedência do aço, [2.13] [2.16]. Este processo iterativo é apresentado na Figura 2.15.

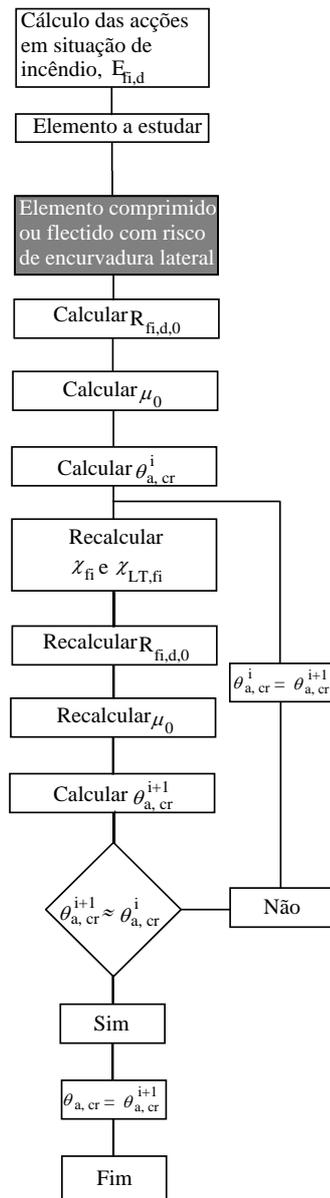


Figura 2.15 – Procedimento de cálculo da temperatura crítica, [2.13].

2.3.1.3- Domínio do tempo

No domínio do tempo, o valor de cálculo do tempo resistente ao fogo segundo a curva de incêndio padrão ISO834, ou outra curva de incêndio nominal, que é o tempo necessário para que o elemento de aço atinja a temperatura crítica, deve ser inferior ao tempo requerido regulamentarmente. Se $t_{fi,d} \geq t_{fi,requ}$ o elemento tem resistência

suficiente, caso contrário é necessário escolher um novo elemento ou protegê-lo com um material termicamente isolante.

A evolução da temperatura em elementos de aço expostos ao fogo é proporcional ao factor de massividade do elemento. O factor de massividade é uma característica do perfil que, para elementos sem protecção térmica, é dada pela equação (2.75).

$$\frac{A_m}{V} \quad (2.75)$$

No caso de uma secção rectangular de parede fina, o Eurocódigo 3 parte 1.2 admite uma distribuição uniforme da temperatura na secção transversal, pelo que o aumento da temperatura, $\Delta\theta_{a,t}$, de um elemento sem protecção ao fogo, durante um intervalo de tempo, Δt , é dado por [2.15]:

$$\Delta\theta_{a,t} = k_{sh} \frac{A_m/V}{c_a \rho_a} \dot{h}_{net,d} \Delta t \quad (2.76)$$

em que k_{sh} representa o factor de correcção para o efeito de sombra, A_m/V o factor de massividade do elemento não protegido, c_a o calor específico de aço e $\dot{h}_{net,d}$ o valor de cálculo da densidade de fluxo de calor, dado pela equação (2.81). Este fluxo é dado pela soma da parcela devida à radiação e à convecção ($\dot{h}_{net,d} = \dot{h}_{net,c} + \dot{h}_{net,r}$).

Para secções em I, sujeitas a curvas de incêndio nominais, o factor de correcção para o efeito de sombra é dado por:

$$k_{sh} = 0,9 \frac{[A_m/V]_b}{[A_m/V]} \quad (2.77)$$

em que $[A_m/V]_b$ é o factor de massividade calculado como se o perfil tivesse protecção em caixão.

Na Figura 2.16, encontra-se representada a variação da temperatura no aço, em função do tempo de exposição ao fogo padrão ISO834.

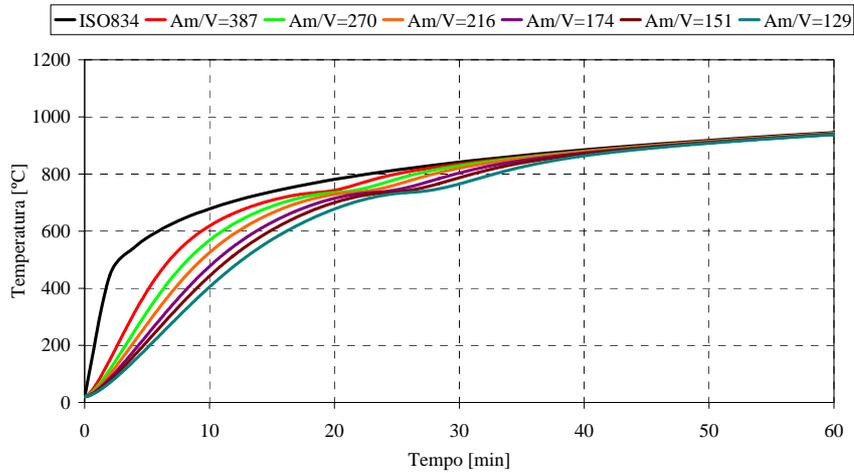


Figura 2.16 – Evolução da temperatura para diferentes valores de massividade do elemento sujeito ao fogo em 4 lados.

A Figura 2.17 apresenta a variação da massividade para diferentes gamas de perfis. Para um perfil IPE100 exposto ao fogo em 4 lados, a massividade toma o valor de $[A_m/V] = 387 [m^{-1}]$ e $[A_m/V]_b = 300 [m^{-1}]$.

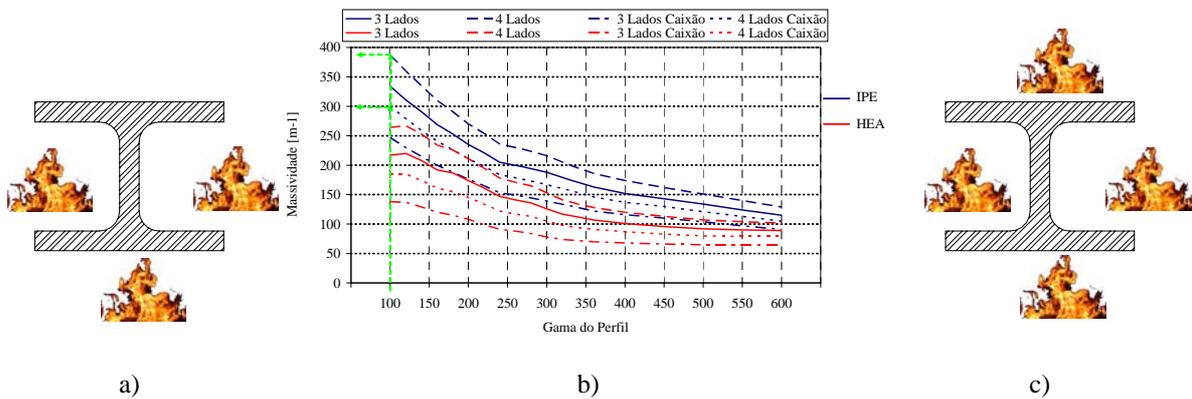


Figura 2.17 – a) Perfil exposto ao fogo em três lados. b)Massividade para diferentes gamas de perfis. c) Perfil exposto ao fogo em quatro lados

Os regulamentos de segurança contra incêndio, [2.17], estabelecem que os elementos estruturais devem possuir uma resistência ao fogo suficiente para limitar a ocorrência de colapso durante a evacuação das pessoas e o combate ao incêndio. Pelo

apresentado, a altura do edifício desempenha um papel importante na definição da classe de resistência ao fogo.

Para edifícios de habitação unifamiliares, os elementos estruturais que desempenham funções de suporte devem possuir uma resistência ao fogo de pelo menos EF30, desde que constituídos por materiais não combustíveis. Para edifícios de altura superior a 9m, mas inferior a 28 m, os elementos estruturais devem ser da classe de resistência ao fogo EF60.

2.3.2- Caracterização da acção térmica

Os parâmetros que governam o comportamento de um incêndio são complexos. Um dos factores que mais influencia o comportamento de um incêndio é o tipo de combustível existente no compartimento, assim como a sua dimensão e ventilação do espaço. Estes factores definem a densidade de carga de incêndio, $q_{f,k}$.

O cálculo estrutural ao fogo deve contemplar, para além das acções mecânicas, as acções térmicas que determinam a evolução da temperatura nos elementos estruturais.

O fogo é considerado uma acção de acidente, pelo que o efeito das acções em situação de incêndio, $E_{fi,d,t}$, deve englobar as acções directas, como as acções permanentes (G_k) e as acções variáveis ($Q_{k,1}$), assim como as acções indirectas resultantes das restrições às dilatações térmicas e o efeito da temperatura nas propriedades mecânicas do aço (A_d). A combinação da acção accidental a considerar é definida no Eurocódigo 1 parte 2.2, [2.13]:

$$\sum G_k + \psi_{1,1} \cdot Q_{k,1} + \sum \psi_{2,i} \cdot Q_{k,i} + \sum A_d \quad (2.78)$$

O Eurocódigo permite, no entanto, obter o valor de cálculo dos efeitos das acções em situação de incêndio, $E_{fi,d,t}$, em função do efeito das acções à temperatura ambiente E_d , [2.15].

$$E_{fi,d,t} = \eta_{fi} E_d \quad (2.79)$$

em que η_{fi} é o factor de redução para o valor de cálculo do nível de carregamento em situação de incêndio, dado por:

$$\eta_{fi} = \frac{G_k + \psi_{1,1} Q_{k,1}}{\gamma_G G_k + \gamma_{Q,1} Q_{k,1}} \quad (2.80)$$

e γ_G é o coeficiente parcial de segurança da acção permanente à temperatura ambiente ($\gamma_G = 1.35$) e $\gamma_{Q,1}$ o coeficiente parcial de segurança da acção variável principal à temperatura ambiente ($\gamma_{Q,1} = 1.5$).

2.3.2.1- Mecanismos de transferência de calor

As acções térmicas, provenientes de curvas de incêndio nominais, são definidas em termos de uma densidade de fluxo de calor incidente na superfície fronteira do elemento, $\dot{h}_{net,d}$, que considera a componente do fluxo devida à convecção, $\dot{h}_{net,c}$ e a componente devida à radiação, $\dot{h}_{net,r}$, representados na Figura 2.18. Este fluxo de calor permite o cálculo da temperatura à superfície do elemento estrutural em função da temperatura dos gases do incêndio.

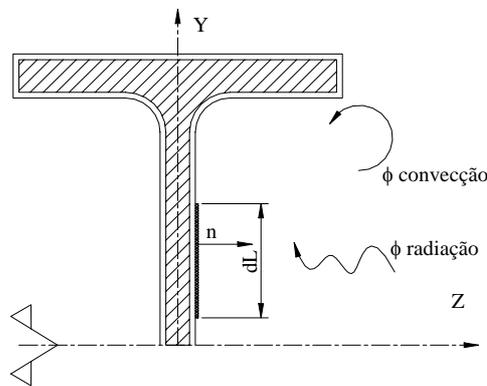


Figura 2.18 - Representação dos fluxos de calor na fronteira.

A densidade de fluxo é determinada de acordo com o Eurocódigo 3, através de:

$$\dot{h}_{ne,d} = \dot{h}_{ne,r} + \dot{h}_{ne,c} \quad [W / m^2] \quad (2.81)$$

Durante o processo térmico de aquecimento, as trocas de calor por radiação mostram-se mais significativas, especialmente para temperaturas elevadas, em comparação com as trocas de calor por convecção, como se pode verificar na Figura 2.19.

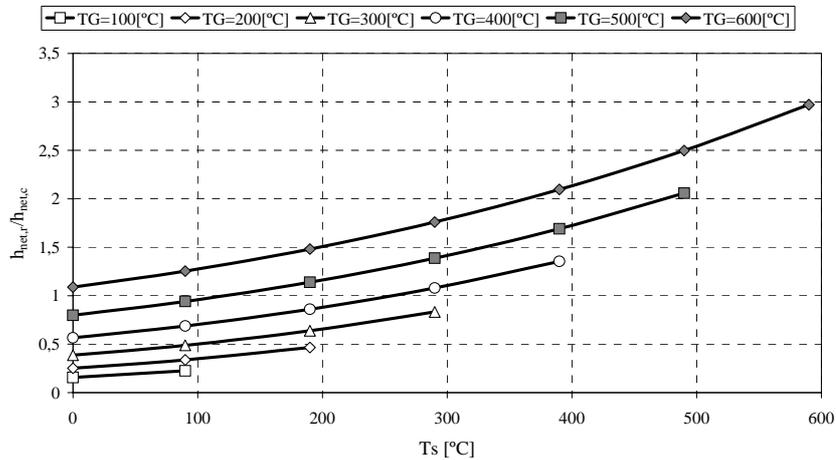


Figura 2.19 – Comparação entre as trocas de calor por radiação e por convecção.

2.3.2.1.1 Transferência de calor por convecção

A convecção surge da mistura de fluidos, líquidos ou gasosos, que se encontram a temperaturas distintas, resultando diferentes densidades. Usualmente em situação de incêndio, a transferência de calor por convecção envolve gases quentes do incêndio que passam por um elemento estrutural inicialmente frio, transferindo calor ou energia. A taxa de aquecimento depende da velocidade do fluido à superfície do objecto, propriedades térmicas do fluido e do sólido, bem como da temperatura do sólido, [2.18].

A fórmula geral de transferência de calor por convecção é dada por:

$$h_{net,c} = \alpha_c (\theta_g - \theta_m) \quad [W / m^2] \quad (2.82)$$

α_c é o coeficiente de transmissão de calor por convecção e pode ser obtido pelos princípios de transferência de calor, utilizando as propriedades do fluido e a geometria do sólido. O Eurocódigo 1, [2.14], estabelece o valor igual a $25 [W / m^2 K]$ para a curva

de incêndio padrão e para a curva de incêndio de elementos exteriores e ainda o valor de $50 [W/m^2 K]$ para a curva de incêndio de hidrocarbonetos.

2.3.2.1.2 Transferência de calor por radiação

A radiação é a forma de transferência de calor mais significativa, para temperaturas superiores a $400 [^{\circ}C]$, porque a energia transferida entre corpos está relacionada com a potência de grau quatro da temperatura. A radiação transfere energia através de ondas electromagnéticas que são absorvidas por qualquer corpo que consiga “ver” o corpo emissor. Este fluxo de calor é dado por:

$$\dot{h}_{net,r} = \Phi \varepsilon_f \varepsilon_m 5,67 \times 10^{-8} [(\theta_r + 273)^4 - (\theta_m + 273)^4] \quad [W/m^2] \quad (2.83)$$

em que Φ é o factor de forma, que deve assumir o valor unitário, ε_m é a emissividade do elemento, de valor igual a 0.7 para aços ao carbono e betão e 0.4 para o aços inoxidáveis, ε_f é a emissividade do compartimento de incêndio, considerada como $\varepsilon_f = 1$.

A temperatura θ_r representa o valor da temperatura de radiação na vizinhança do elemento, podendo considerar-se igual a θ_g , enquanto que θ_m representa a temperatura na superfície do elemento. O valor $5.67 \times 10^{-8} [W/m^2 K^4]$ corresponde à constante de Stefan Boltzmann.

2.3.2.1.3 Transferência de calor por condução

A forma de transferência de calor por condução envolve a interacção entre de um ou mais materiais, contacto físico de superfícies. Este modo de transferência é importante no caso do estudo dos gradientes de temperatura na secção recta de um elemento sem protecção térmica, exposto ao fogo. Para perfis com protecção ao fogo, por exemplo tintas intumescentes ou placas de protecção, a condução é o modo de

transferência de calor mais importante, já que o aço não se encontra exposto à radiação do fogo ou em contacto com os seus gases, [2.18].

Pela primeira lei da termodinâmica e pela Lei de Fourier, a condução de calor no elemento é representada por:

$$\nabla^2 T(x, y, t) = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T(x, y, t)}{\partial t} \quad (2.84)$$

onde α é a difusividade térmica ($= k / \rho c_p$) ($[m^2 / s]$), em que c_p é o calor específico do material ($[J / kgK]$) e k a condutividade do material ($[W / mK]$).

A resolução da equação diferencial (2.84), obriga à imposição de duas condições de fronteira que podem ser do tipo;

- Temperatura prescrita (T_0) na fronteira Γ_T , condição de fronteira essencial, também conhecida por condição de Dirichlet.

$$T = T_0 \quad (2.85)$$

- Condição de fronteira natural, também conhecida por condição de Neumann, fluxo prescrito (q_0) na fronteira Γ_q .

$$q = q_x n_x + q_y n_y = -k_x \frac{\partial T}{\partial x} n_x - k_y \frac{\partial T}{\partial y} n_y = q_0 \quad (2.86)$$

n_x e n_y são os co-senos directores da normal à fronteira.

2.4- Referências

- [2.1]. Mohri, F., Azrar, L., Potier-Ferry, M., “Flexural-torsional post-buckling analysis of thin-walled elements with open sections”, Journal of Constructional Steel Research, 39, pp 907-938, 2001.
- [2.2]. Lindner, J., “Stability of structural members: General report”, Journal of Constructional Steel Research, 55, pp 29-44, 2000.

-
- [2.3]. Krenk, Steen, “Lectures on Thin-Walled Beams”, Department of Structural Engineering and Materials, Technical University of Denmark, January 1998.
- [2.4]. Timoshenko S.P.; Gere J.M.; “Theory of elastic stability”; McGraw Hill International editions – Mechanical Engineering series; 2nd edition; 1963.
- [2.5]. Saadé, K., Espion, B., Warzée, G.; “Non-uniform torsional behavior and stability of thin-walled elastic beams with arbitrary cross sections”, Thin – Walled Structures, 2004.
- [2.6]. ESDEP Society; European Steel Design Education Programme; UK; CD-ROM version; 1999.
- [2.7]. Trahair, N. S.; “Flexural Torsional Buckling of Structures”; E & FN SPON; USA; 1993.
- [2.8]. Pi, Young L.; Trahair, N. S.; “Prebuckling deflections and lateral Buckling. I: Theory”, Journal of Structural Engineering, Vol. 118, nº 11, 2949-2966, 1992.
- [2.9]. Pi, Young L.; Trahair, N. S.; “Prebuckling deflections and lateral Buckling. II: Theory”, Journal of Structural Engineering, Vol. 118, nº 11, 2967-2985, 1992.
- [2.10]. Mohri, F., Brouki, A., Roth, J.C., “Theoretical and numerical stability analyses of unrestrained, mono-symmetric thin-walled beams”, Journal of Constructional Steel Research, 59, pp 63-90, 2003.
- [2.11]. CEN ENV 1993-1-1; “Eurocode 3, Design of Steel Structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings”; April 1992.
- [2.12]. CEN prEN 1993-1-1; “Eurocode 3, Design of Steel Structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings”; Stage 49 – draft; May 2003.
- [2.13]. Vila Real, Paulo J. M. M.; “Incêndio em estruturas metálicas. Cálculo Estrutural”; Edições Orion; 1ª edição, Novembro de 2003.
- [2.14]. CEN ENV EN 1991 –2-2; “Eurocode 1, Basis of Design and Actions on Structures – Part 2-2: Actions on Structures – Actions on Structures Exposed to Fire”; 1995.
- [2.15]. CEN prEN 1993-1-2; “Eurocode 3, Design of Steel Structures – Part 1-2: General rules – Structural fire design”; Abril, 2003.
- [2.16]. ECCS N° 89, “Fire Resistance of Steel Structures”, March, 1996.
- [2.17]. Regulamento de segurança contra incêndios em edifícios de habitação, Dec. Lei nº 64/90 de 21 de Fevereiro.
- [2.18]. Lewis, K.R., “Fire Design of Steel Members”, Fire Engineering Research Report, University of Canterbury, ISSN 1173-5996, March 2000.