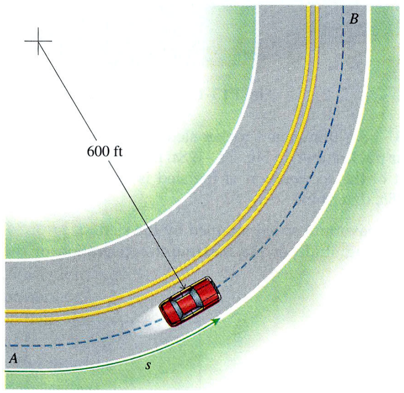
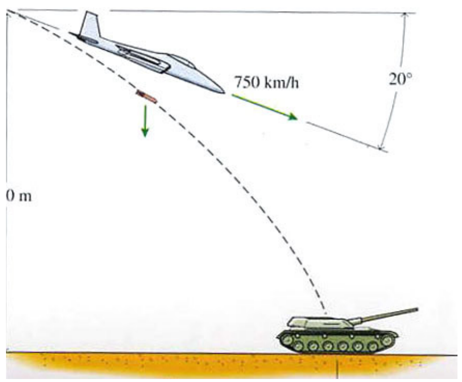
// Introdução

- A cinemática do ponto caracteriza o movimento de um ponto em relação a um referencial.
- Se o movimento do ponto em relação a um mesmo referencial é caracterizado unicamente pela variação da distância e sentido, o movimento diz-se **rectilíneo**.

- No movimento em que a distância do ponto em relação a um referencial permanece constante mas a sua direcção varia segundo um plano, o movimento designado de **circular**.

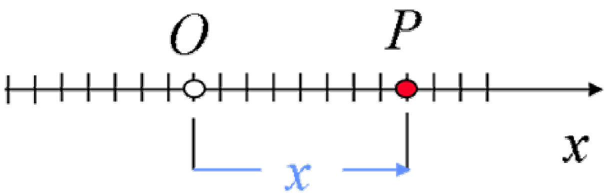
- No movimento geral, a posição do ponto em relação a um mesmo referencial apresenta simultaneamente variação na distância e na direcção. Neste caso, o movimento é designado de **movimento curvilíneo.**





// Movimento rectilíneo.

- Tomando como referência o eixo Ox, em que O representa origem do eixo, a posição do ponto P é conhecida sabendo a sua distância à origem em cada instante.



A velocidade é dada por;

$$v = \frac{dx}{dt}$$

A aceleração é dada por;

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$$

Dois tipos de movimento podem ser encontrados;

$v = const$ ⟹ Movimento Uniforme

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t$$

$$\vec{v} = \vec{v}_0$$

$$\vec{a} = 0$$

$a = const$ ⟹ Movimento Uniformemente acelerado

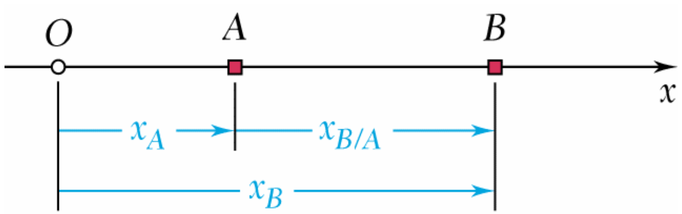
$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2$$

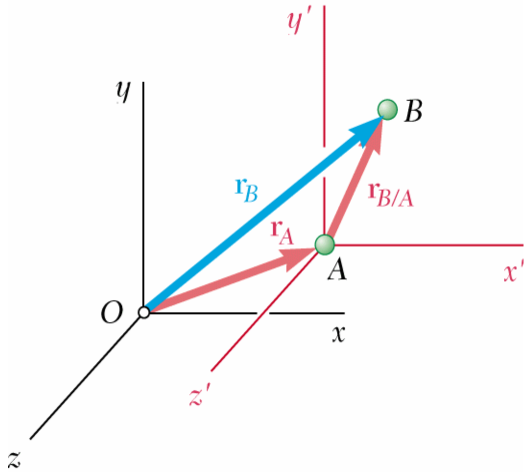
$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$$

// Movimento relativo

- Na figura estão representadas a posição de duas partículas, em que os vectores $\mathbf{r_A}$ e $\mathbf{r_B}$ ($\mathbf{x_A}$ e $\mathbf{x_B}$) são as posições absolutas dessas partículas. A posição relativa entre as duas partículas é definida pelo vector $\mathbf{r_{B/A}}$ ($\mathbf{x_{B/A}}$), e representa a posição da partícula B em relação à partícula A.





A posição da partícula B pode ser dada por; $\vec{r}_B = \vec{r}_A + \vec{r}_{B/A}$

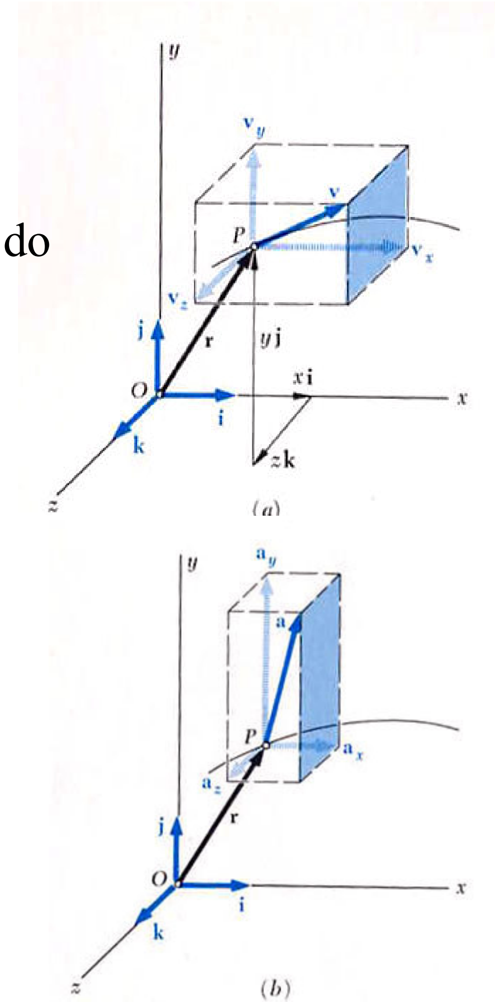
A velocidade da partícula B pode ser dada por; $\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{B/A}$

A aceleração da partícula B pode ser dada por; $\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{B/A}$

// Movimento Curvilíneo

- Na figura está representada a trajectória de um ponto no espaço. Considere-se **r** vector posição em cada instante definido por:

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

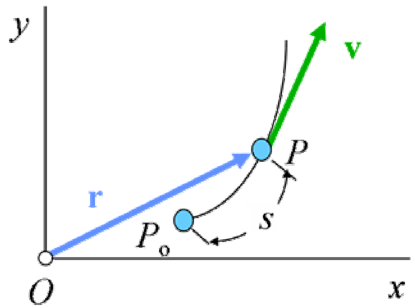


O vector velocidade e aceleração são obtidos pelas equações diferenciais do movimento.

$$v_x = \dot{x} \quad v_y = \dot{y} \quad v_z = \dot{z}$$

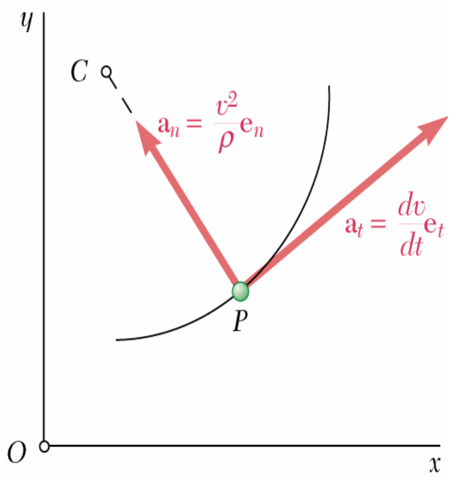
$$a_x = \ddot{x} \quad a_y = \ddot{y} \quad a_z = \ddot{z}$$

O vector velocidade é sempre tangente à trajectória do movimento.



// Movimento Curvilíneo

- O vector aceleração pode ser decomposto numa componente normal e outra tangencial.



$$\vec{a} = a_t.\vec{e}_t + a_n.\vec{e}_n$$

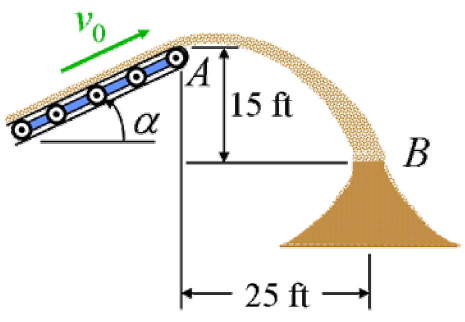
$$\vec{a} = \frac{d\|\vec{v}\|}{dt}\vec{e}_t + \frac{\|v\|^2}{\rho}\vec{e}_n$$

$$a_t = \frac{d\|\vec{v}\|}{dt}$$ Representa a taxa de variação do módulo da velocidade com o tempo.

$$a_n = \frac{\|\vec{v}\|^2}{R}$$ Relaciona-se com a taxa de variação com o tempo do módulo da velocidade.

// Exemplo

Sabendo que a correia do tapete se move a uma velocidade constante de $v0$ = 24 ft/s, determine o ângulo para o qual a areia se deposita em B.



Colocando a origem do referencial no ponto A, e resolvendo o exercício com as dimensões em ft, atendendo que ,

$$g = 9{,}81 m/s^2 = 32.2\, ft/s^2$$

Utilizando as equações paramétricas do movimento, tem-se

$$\begin{cases} x = x_0 + v_{0x}t \\ y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 25 = 0 + 24\cos\alpha\, t \\ -15 = 0 + 24\sin\alpha\, t - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

$$\cos\alpha = \frac{25}{24t}$$

Sabendo que, $sen\alpha = \sqrt{1-(\cos\alpha)^2} = \sqrt{1-\left(\frac{25}{24t}\right)^2}$

Resultando uma equação do 2º grau, cujas soluções são,

$$-15 = 0 + 24\times\sqrt{1-\left(\frac{25}{24t}\right)^2}\; t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$t = 1.048s$$

$$t = 1.729s$$

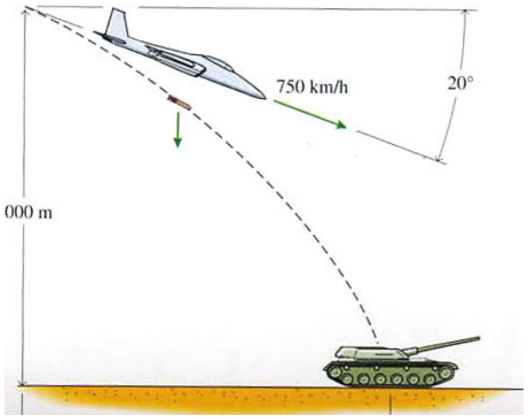
Correspondendo às seguintes soluções

$$\alpha = 6.09^{\circ}$$

$$\alpha = 52.9^{\circ}$$

// Exemplo

Um avião encontra-se numa trajectória descendente, θ = 20º, quando larga uma bomba. Se a altitude no instante do lançamento é de 5000m e a sua velocidade de 750 m/h, determine a distância horizontal percorrida pela bomba e o tempo decorrido até atingir o solo. Despreze a resistência do ar.



A aceleração da bomba é,

$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j}$$
$$= (0)\vec{i} + \left(-9.81 \text{ m/s}^2\right)\vec{j} = \text{ constant}$$

A velocidade inicial é de,

$$|v_0| = 750 \text{ km/hr} \left(\frac{\text{hr}}{3600 \text{ s}}\right)\left(\frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}}\right)$$
$$= 208.33 \text{ m/s}$$
$$\vec{v_0} = |v_0|\cos\left(20^\circ\right)\vec{i} + |v_0|\sin\left(20^\circ\right)\vec{j}$$
$$= 195.769 \text{ m/s } \vec{i} - 71.254 \text{ m/s } \vec{j}$$

A posição inicial y = 5000 m.

A velocidade e o deslocamento

$$\vec{v}(t) = 195.769 \text{ m/s } \vec{i} - \left(71.254 \text{ m/s } + \left(9.81 \text{ m/s}^2\right)t\right)\vec{j}$$
$$\vec{r}(t) = \left(\left(195.769 \text{ m/s}\right)t\right)\vec{i} + \left(5000 \text{ m} - \left(71.254 \text{ m/s}\right)t - \left(9.81 \text{ m/s}^2\right)\frac{t^2}{2}\right)\vec{j}$$

O tempo que a bomba demora a atingir o solo é dado por,

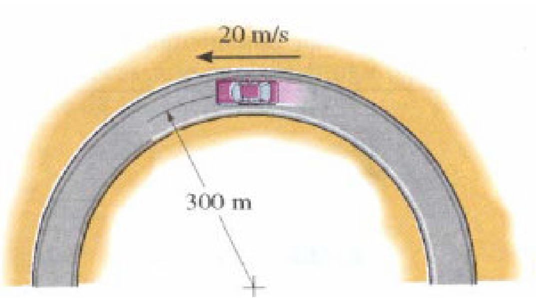
$$5000 \text{ m} - \left(71.254 \text{ m/s}\right)t - \left(4.905 \text{ m/s}^2\right)t^2 = 0$$
$$t^2 + 14.527t - 1020.408 = 0$$
$$t = \frac{-14.527 \pm \sqrt{(14.527)^2 - 4(-1020.408)}}{2}$$
$$= \frac{-14.527 \pm 65.518}{2} = 25.5 \text{ s}$$

Ao fim deste tempo a bomba percorre,

$$r_x = \left(195.769 \text{ m/s}\right)\left(25.5 \text{ s}\right) = 4991 \text{ m}$$

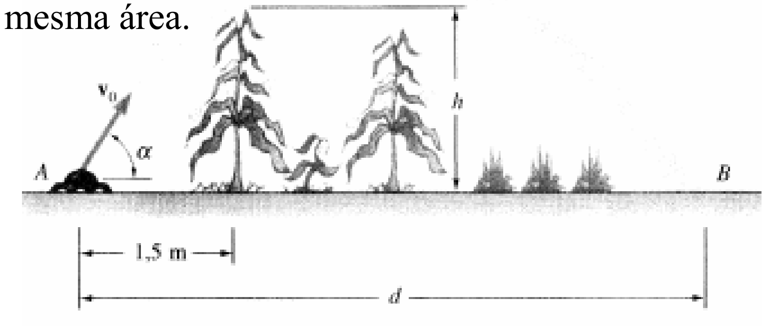
// Exercícios

7.1- Um carro percorre uma curva de raio 300m. Considerando que a sua velocidade aumenta uniformemente de 15m/s para 27m/s em 3s, determine o módulo da sua aceleração no instante em que a sua velocidade é de 20m/s.



7.2- Um aspersor oscilante de um jardim lança água com velocidade inicial de 8 m/s, de maneira a regar uma zona de cultura de vegetais. Sabendo que $\alpha = 45º$, determine:

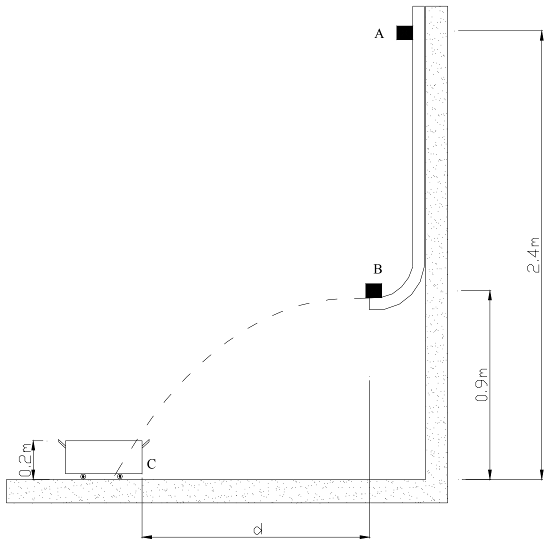
- a distância d até ao ponto B mais afastado, que ainda pode ser regado, quando os vegetais estão na fase inicial de crescimento.
- a máxima altura h, da planta, para que se possa regar a mesma área.



7.2- Considere o sistema de carregamento da figura, em que um pequeno bloco é libertado em A com velocidade nula e desloca-se, sem atrito, em direcção ao ponto B onde abandona a guia com velocidade horizontal, encaminhando-se para o carro em C. Calcule:

A distância d para que os blocos entrem no carro.

A velocidade do bloco ao atingir o fundo do carro (≅ ao nível do solo).



// Introdução

7.4– Uma pista circular de corrida tem 64 *m* de raio. Uma corredora percorre 28,9 *m* da pista, aumentando a sua velocidade numa razão constante, desde a velocidade inicial de 4,3 *m/s* até à velocidade final de 7,3 *m/s*. Determine:
a) a aceleração tangencial da corredora;
b) a aceleração angular da corredora;
c) a aceleração da corredora 2 *s* depois de ter começado a aumentar a velocidade.
R: a) 0,60 *m/s2* b) 0,0094 *rad/s2* c) 0,77 *m/s2*.

7.5– Um comboio desloca-se à velocidade de 144 *km/h* numa curva de raio igual a 900 *m*. Em dado momento o maquinista acciona os travões, produzindo uma desaceleração constante e, decorridos 6 *s*, a velocidade do comboio reduziu-se para 96 *km/h*. Determine:
a) a componente tangencial da aceleração do comboio, na curva.
b) o módulo da aceleração 6 *s* depois de os travões terem sido accionados.
R: a) –2,2 *m/s2* b) 2,4 *m/s2*.

7.6– Deixa-se cair livremente uma pedra dentro de um poço. Decorridos 4,7 *s* ouve-se o ruído da pedra a mergulhar na água. Calcule a profundidade a que está a água, sabendo que a velocidade de propagação do som no ar é 340 *m/s*.
R: 96 *m*.

7.7- Um carro parte do repouso e percorre uma curva com 250 *m* de raio, aumentando o módulo da sua velocidade a uma razão constante de 0,6 *m/s2*. Para o instante em que aceleração do carro tem um módulo de 0,75 *m/s2*, determine:
a) a componente normal da aceleração;
b) o tempo que o carro levou a atingir esta aceleração.
R: a) 0,45 *m/s2* b) 17,7 *s*.