

ONDAS



APONTAMENTOS TEÓRICOS

Filipe Santos Moreira
2004/05



Índice

ÍNDICE	2
1 ANÁLISE VECTORIAL	5
1.1 Derivadas parciais.....	5
1.1.1 Derivada de uma função.....	5
1.1.2 Derivadas parciais	5
1.1.3 Derivadas de funções compostas.....	6
1.2 Integrais múltiplos	6
1.2.1 Integração de uma função.....	6
1.2.2 Integrais duplos	7
1.2.3 Integrais triplos.....	10
1.2.4 Integral de linha.....	10
1.3 Fasores.....	13
2 ONDAS.....	14
2.1 Movimentos harmônicos.....	14
2.1.1 Movimento harmónico simples	14
2.1.1.1 Força e energia no MHS	15
2.1.2 Dinâmica do MHS.....	16
2.1.3 Movimento de uma mola presa numa das extremidades	17
2.1.4 Solução complexa.....	20
2.1.5 Circuito LC.....	22
2.1.6 Movimento de um pêndulo simples.....	23
2.2 Corda em vibração e equação de onda.....	25
2.3 Onda harmónica.....	28
2.3.1 Sobreposição de ondas harmónicas	30
2.3.2 Ondas estacionárias	31
2.3.2.1 Ondas Estacionárias e Ressonância	33
3 EQUAÇÕES DE MAXWELL	36
3.1 Campos escalares e vectoriais	36
3.2 Gradiente de um campo escalar.....	36
3.2.1 Operador Nabla	37
3.3 Fluxo de um campo vectorial	37
3.4 Divergência	38
3.4.1 Teorema de Green-Ostrogradsky.....	39
3.5 Circulação de um campo vectorial. Rotacional	39
3.5.1 Teorema de Stokes	41



3.6	Determinação de campos vectoriais.....	42
3.7	Operações sobre os campos	42
3.8	Campo Eléctrico	45
3.8.1	Linhas do campo eléctrico.....	47
3.9	Campo Magnético	48
3.10	Campo electromagnético	49
3.10.1	Equações de Maxwell	49
3.10.2	Situações Estacionárias.....	51
3.10.3	Situação Geral.....	54
3.10.4	Propagação de ondas electromagnéticas no vazio	55
4	ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS	57
4.1	Onda electromagnética no vazio	57
4.2	Polarização de ondas electromagnéticas	67
4.2.1	Polarização linear segundo o eixo dos xx	68
4.2.2	Polarização linear fazendo um ângulo de 45° com o eixo dos xx	68
4.2.3	Polarização circular à esquerda	69
4.2.4	Polarização circular à direita	70
4.2.5	Polarização elíptica à esquerda.....	71
4.2.6	Polarização elíptica à direita.....	72
4.3	Energia e vector de Poynting.....	73
4.4	Ondas em meios condutores	75
4.4.1	Impedância característica de um meio.....	79
4.4.2	Onda num meio qualquer	80
4.5	Reflexão de OPMs por um condutor perfeito.....	81
4.5.1	Incidência normal	81
4.5.2	Condições na fronteira entre dois dieléctricos	82
4.5.3	Leis de Snell	84
4.5.4	Campo evanescente	87
4.6	Ondas transversais.....	88
4.6.1	Ondas TE.....	88
4.6.2	Ondas TM.....	91
4.7	Espectro electromagnético.....	92
4.8	Antenas.....	94
5	FIBRAS ÓPTICAS	96
5.1	Introdução.....	96
5.2	Noção de circuito óptico.....	97



5.3	Tipos de fibras ópticas	99
5.4	Propagação nas fibras ópticas	101
5.4.1	Modos de transmissão	104
5.5	Degradação do sinal em fibras ópticas	106
5.5.1	Atenuação	106
5.5.2	Absorção	107
5.5.3	Dispersão	107
5.5.4	Perdas devido à curvatura da fibra	107
5.5.5	Perdas núcleo-bainha	109
5.6	Distorção do sinal	110
5.7	Lasers, LEDs e fotodetectores	113
5.7.1	Fontes luminosas de sinal	113
5.7.2	Fotodetectores	114
6	BIBLIOGRAFIA.....	116
	ANEXO I.....	117



6 Bibliografia

- [1]. *Análisis Vectorial*, H. B. Phillips, Union Tipográfica Editorial Hispano Americana, 1960
- [2]. *Apontamentos Teóricos de Electromagnetismo*, Prof. Carlos Espain
- [3]. *Apontamentos Teóricos de Ondas*, Prof. Carlos Espain
- [4]. *Applied Electromagnetics*, M. Plonus, Mc Graw-Hill, 1986
- [5]. *Electromagnetismo*, W. H. Hayt Jr., LTC, 1995
- [6]. *Engineering Mathematics – A Modern Foundation For Electronic, Electrical and Systems Engineers*, A. Croft, R. Davison, M. Hargreaves, Addison-Wesley, Essex, 1996
- [7]. *Fiber Communications*, Keiser, G., Mc-Graw Hill, 1993
- [8]. *Física – um curso universitário*, M. Alonso, E. J. Finn, Editora Edgard Blücher, 1981
- [9]. *Física para Cientistas e Engenheiros, com Física Moderna*, R. Serway, LTC, 1996
- [10]. *Física*, D. Halliday, R. Resnick, K. S. Krane, LTC, 1996
- [11]. *Física*, P. Tipler, LTC, 1995
- [12]. *Fundamentos de Física*, D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, LTC, 1995
- [13]. *Introdução ao Electromagnetismo*, S. K. Mendiratta, Fundação Calouste Gulbenkian, 1995



Anexo I

Análise de Fourier do movimento ondulatório

De acordo com o teorema de Fourier, qualquer movimento periódico pode ser expresso como uma sobreposição de movimentos harmônicos simples de frequências ω , 2ω , ..., $n\omega$, ... (ou períodos P , $P/2$, ..., P/n , ...). O mesmo resultado também se aplica a um movimento ondulatório periódico.

Seja

$$\zeta(x, t) = f(x - vt)$$

um movimento ondulatório periódico. Tal pode ser reescrito da seguinte forma:

$$\zeta(x, t) = f(x - vt) = f[x - v(t \pm P)] = f(x - vt \pm vP)$$

Isto significa que, para um dado tempo, ζ repete-se quando x aumenta ou diminui vP , $2vP$, ..., nvP , Deste modo, se em vez de se variar t , se variar x pelo valor $\lambda = vP$, a onda repete-se no espaço. Logo, um movimento ondulatório no tempo, também o é no espaço.

Seja $\xi = f(x) = f(x + \lambda)$ uma função periódica no espaço. Usando o teorema de Fourier, temos

$$\xi = f(x) = a_0 + a_1 \cos kx + a_2 \cos 2kx + \dots + a_n \cos nkx + \dots + b_1 \sin kx + b_2 \sin 2kx + \dots + b_n \sin nkx + \dots$$

ou seja

$$\xi = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cdot \cos(nkx) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \cdot \sin(nkx)$$

onde $k = 2\pi / \lambda$.

Os coeficientes desta expressão são dados por:



$$a_0 = \frac{1}{P} \int_0^P f(t) dt$$

$$a_n = \frac{2}{P} \int_0^P f(t) \cos(n\omega t) dt$$

$$b_n = \frac{2}{P} \int_0^P f(t) \sin(n\omega t) dt$$

Se

$$\xi = f(x - vt) = a_0 + a_1 \cos k(x - vt) + a_2 \cos 2k(x - vt) + \dots + a_n \cos nk(x - vt) + \dots + b_1 \sin k(x - vt) + b_2 \sin 2k(x - vt) + \dots + b_n \sin nk(x - vt) + \dots$$

como $\omega = kv$

$$\xi = f(x - vt) = a_0 + a_1 \cos(kx - \omega t) + a_2 \cos 2(kx - \omega t) + \dots + a_n \cos n(kx - \omega t) + \dots + b_1 \sin(kx - \omega t) + b_2 \sin 2(kx - \omega t) + \dots + b_n \sin n(kx - \omega t) + \dots$$

ou seja

$$\xi = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cdot \cos n(kx - \omega t) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \cdot \sin n(kx - \omega t).$$

Isto indica que qualquer movimento ondulatório pode ser escrito como uma sobreposição de movimentos ondulatórios com frequências $\omega, 2\omega, \dots, n\omega, \dots$ e comprimentos de onda $\lambda, 2\lambda, \dots, n\lambda, \dots$