

Mestrados em Engenharia Química e Industrial - 1º semestre 2007/2008
Matemática Aplicada

Ficha prática nº 4 - Problemas de Valor Inicial para EDOs

Docente: Carlos Balsa - Departamento de Matemática - ESTiG

1. Considere o problema de valor inicial $y' = -y$ para $t \geq 0$, com valor inicial $y(0) = 1$ e passo de tempo $t = 1$. Calcule o valor aproximado da solução y_1 no tempo t_1 usando cada um dos métodos seguintes.
 - (a) Método de Euler.
 - (b) Método de Euler implícito.
 - (c) Método de Euler modificado.

2. Considere o problema de valor inicial $y'' = y$ para $t \geq 0$, com valores iniciais $y(0) = 1$ e $y'(0) = 2$.
 - (a) Expresse esta EDO de segunda ordem num sistema equivalente de EDOs de primeira ordem.
 - (b) Quais são as condições iniciais correspondentes ao sistema de EDOs resultante da alínea anterior.
 - (c) As soluções deste sistema são estáveis?
 - (d) Efectue um passo do método de Euler para este sistema de ODEs usando $h = 0.5$.
 - (e) O método de Euler é estável para este problema usando este passo?
 - (f) O método de Euler implícito é estável para este problema usando este passo?
 - (g) O método de Euler modificado é estável para este problema usando este passo?

3. Considere o problema de valor inicial $y' = 2t/y - yt$ para $t \geq 0$ com valor inicial $y(0) = 1$.
 - (a) Aproxime a solução desta EDO no intervalo de tempo $[0; 0.5]$ usando o método de Euler modificado com passo de tempo $h = 0.1$.
 - (b) Aproxime a solução desta EDO no intervalo de tempo $[0; 0.5]$ usando o método de Runge-Kutta de 4ª Ordem com passo de tempo $h = 0.1$.
 - (c) Compare graficamente as soluções obtidas com a solução exacta dada por $y(t) = \sqrt{2 - \exp(-t^2)}$.

4. Considere o problema de valor inicial $y' = -2t - y$ para $t \geq 0$ com valor inicial $y(0) = -1$.
- (a) Aproxime a solução desta EDO no intervalo de tempo $[0; 0.5]$ usando o método de Euler modificado com passo de tempo $h = 0.1$.
 - (b) Aproxime a solução desta EDO no intervalo de tempo $[0; 0.5]$ usando o método de Runge-Kutta de 4ª Ordem com passo de tempo $h = 0.1$.
 - (c) Compare graficamente as soluções obtidas com a solução exacta dada por $y(t) = -3\exp(-t) - 2t + 2$.