

Licenciaturas em Engenharia Civil, Electrotécnica e Mecânica  
Métodos Numéricos - 2008/2009

Exame Época de Recurso - 15 de Julho 2009

Docente: Carlos Balsa - Departamento de Matemática - ESTiG

Instruções:

- A parte teórica é sem consulta bibliográfica.
- A parte prática é com consulta bibliográfica.
- Os cálculos deverão ser efectuados recorrendo apenas ao software Octave.
- Apresente os resultados dos cálculos com uma precisão de pelo menos 5 dígitos significativos.
- Os computadores não poderão ser ligados à *Internet*.
- Responda a cada um dos 5 grupos em folhas de teste separadas.

**I - Parte teórica (Duração: 30 min, cotação: 4 valores).**

1. O que entende por método numérico?
2. Quais as origens dos erros de computação?
3. Qual o significado da precisão máquina?
4. Qual o significado do condicionamento de um problema.
5. O que entende por norma de uma matriz?

**II - Parte prática (duração: 1 h e 45 min, cotação: 16 valores)**

1. Considere o seguinte sistema

$$\begin{bmatrix} 7 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 3 & 10 & -3 \\ 1 & -2 & 5 & 8 \\ 1 & -9 & 3 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \\ 12 \\ -16 \end{bmatrix}$$

- (a) Indique justificando se o método de Gauss-Seidel vai convergir para a solução deste sistema. No caso de resposta negativa, indique se é possível contornar esta situação.
- (b) Descreva o esquema iterativo de Gauss-Seidel para resolução deste sistema.
- (c) Aproxime a solução através de duas iteração do método de Gauss-Seidel (apresente todos os cálculos efectuados).
- (d) Aproxime a solução através do método de Gauss-Seidel de maneira a obter um erro absoluto inferior a  $0.5 \times 10^{-10}$  (sugestão: utilize a função `gauss_seidel` da NMLibforOctave). Indique igualmente o resíduo final do sistema e o número de iterações necessárias.

2. Considere o sistema de equações não-lineares

$$\begin{cases} x^2 - 2 \sin(y) &= 1 \\ 3x^2y - \pi &= 0 \end{cases}$$

- (a) Aproxima a solução do sistema através de duas iterações do método de Newton, partindo de  $x_0 = [1.5 \ 0.5]^T$  (apresente todos os cálculos efectuados).
- (b) Calcule aproximações para os erros absoluto e relativo correspondentes à solução obtida na alínea anterior.
- (c) Aproxime a solução do sistema através do Método de Newton (sugestão: use a função `nle_newtsys` da NMLibforOctave). Considere a aproximação inicial  $x_0 = [1 \ 1]^T$  e o critério de convergência  $\Delta_x \leq 10^{-6}$ . Indique igualmente o resíduo final do sistema e o número de iterações necessárias.

3. Considere a função  $y = f(x)$  conhecida apenas através dos seguintes valores:

|     |         |         |         |         |         |
|-----|---------|---------|---------|---------|---------|
| $x$ | 0.0     | 0.1     | 0.2     | 0.3     | 0.4     |
| $y$ | 1.00000 | 1.22140 | 1.49182 | 1.82212 | 2.22554 |

- (a) Determina a equação da recta que melhor ajusta estes dados no sentido nos mínimos quadrados (apresente todos os cálculos efectuados para obter a solução).
- (b) Aproxime o valor de  $f(0.37)$  através da recta de regressão linear.
- (c) Sabendo que o coeficiente de correlação determina a qualidade do ajuste do modelo (neste caso uma recta) aos dados, calcule o seu valor e indique se o modelo se adapta bem aos dados.
- (d) Ajuste os mesmos dados através de um polinómios de grau 2 (sugestão: utilize a função `normaleq` da NMLibforOctave) e estime o valor de  $f(0.37)$  através deste polinómio.

4. Considere a EDO escalar e não linear  $y' = (1 + 2x)\sqrt{y}$ , com valor inicial  $y(0) = 1$ .

- (a) Aproxime o valor de  $y(0.2)$  através do método de Euler modificado (apresente todos os cálculos efectuados para obter a solução).
- (b) Aproxime o valor de  $y(t)$  para valores de  $t$  compreendidos entre 0 e 1, utilizando o método de Euler modificado com um passo de tempo  $h = 0.2$  (sugestão: utilize a função `ode_meuler` da NMLibforOctave).