

Licenciaturas em Engenharia Civil, Electrotécnica e Mecânica  
Métodos Numéricos - 2008/2009  
Exame Época Normal - 30 de Junho 2009  
Docente: Carlos Balsa - Departamento de Matemática - ESTiG

Instruções:

- A parte teórica é sem consulta bibliográfica.
- A parte prática é com consulta bibliográfica.
- Os cálculos deverão ser efectuados recorrendo apenas ao software Octave.
- Apresente os resultados dos cálculos com uma precisão de pelo menos 5 dígitos significativos.
- Os computadores não poderão ser ligados à *Internet*.
- Responda a cada um dos 5 grupos em folhas de teste separadas.

**I - Parte teórica (Duração: 30 min, cotação: 4 valores).**

1. O que entende por método numérico?
2. Qual o significado da precisão máquina?
3. Qual o significado do condicionamento de um problema.
4. O que entende por norma de uma matriz?
5. Como resolveria um sistema sobredeterminado, isto é, um sistema com mais equações do que incógnitas?

**II - Parte prática (duração: 1 h e 45 min, cotação: 16 valores)**

1. Considere a seguinte matriz

$$A = \begin{bmatrix} 7 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 3 & 10 & -3 \\ 1 & -2 & 5 & 8 \\ 1 & -9 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

- (a) Indique, justificando, que tipo de solução admite o sistema  $Ax = b$  em que  $b$  é um vector qualquer.
- (b) Efectue a factorização LU com pivotagem parcial desta matriz (sugestão: use a função `lu` do Octave).
- (c) Utilize a decomposição efectuada na alínea anterior para resolver o sistema  $Ax = b$  em que  $b = [2 \ 0 \ 6 \ -7]^T$ . Indique o resultado obtido em cada uma das etapas que conduzem à solução.
- (d) Utilize a mesma decomposição para resolver o sistema  $Ax = b$ , com  $b = [4 \ 0 \ 12 \ -16]^T$ . Indique o resultado obtido em cada uma das etapas que conduzem à solução.

2. Considere a equação  $x^3 + x^2 - 5x + 1 = 0$ .

- (a) Faça o gráfico da função no Octave, para  $-4 \leq x \leq 4$  e transcreva-o aproximadamente para a folha de exame.
- (b) Com base no gráfico da alínea anterior localize em intervalos de amplitude unitária cada uma das raízes.
- (c) Indique o esquema iterativo de Newton-Raphson que deve ser utilizado para a aproximação das raízes desta equação.
- (d) Aplique o método de Newton-Raphson para aproximar todas as raízes com uma tolerância de  $0.5 \times 10^{-8}$  (sugestão: utilize a função `nle_newtraph` da `NMLibforOctave`). Em cada um dos casos indique a aproximação inicial à solução, o número de iterações e a solução obtida correctamente arredondada.

3. Considere a função  $y = f(x)$  conhecida apenas através dos seguintes valores:

$x$	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4
$y$	1.00000	1.22140	1.49182	1.82212	2.22554

- (a) Calcule o valor aproximado de  $I = \int_0^{0.4} f(x)dx$  através da regra de Simpson. Apresente todos os cálculos efectuados para obter a solução.
- (b) Aproxime o valor da primeira derivada de  $f(x)$  em  $x = 0.3$ .
- (c) Aproxime o valor da segunda derivada de  $f(x)$  em  $x = 0.3$ .

4. Considere a EDO escalar e não linear  $y' = -2ty^2$ , com valor inicial  $y(0) = 1.5$  e passo de tempo  $h = 0.2$ .

- (a) Aproxime o valor de  $y(0.2)$  através do método de Runge-Kutta de 4<sup>a</sup> ordem. Apresente todos os cálculos efectuados para obter a solução.
- (b) Aproxime o valor de  $y(t)$  para valores de  $t$  compreendidos entre 0 e 1, utilizando o método de Runge-Kutta de 4<sup>a</sup> ordem com um passo de tempo  $h = 0.2$  (sugestão: utilize a função `ode45` do Octave).