

Licenciaturas em Engenharia Civil, Química e
Gestão Industrial - 2007/2008

Métodos Numéricos

Exame Época Recurso - 10/07/2008

Docente: Carlos Balsa - Departamento de Matemática - ESTiG

Instruções:

- A parte teórica é sem consulta bibliográfica.
- A parte prática é com consulta bibliográfica.
- Os cálculos deverão ser efectuados recorrendo ao software Octave ou Matlab.
- Os cálculos devem ser efectuados com o máximo de precisão possível.
- Apresente os resultados dos cálculos com uma precisão de pelo menos 6 dígitos significativos.
- Os computadores não poderão ser ligados à *Internet*.

I - Parte teórica (Duração: 30 min, cotação: 5 valores).

1. Diga o que entende por método iterativo?
2. Diga o que entende por método directo?
3. Qual a relação entre o erro absoluto associado a um número e número de casas decimais correctas desse número?
4. O que entende por número de condição de uma matriz?
5. Admitindo que o sistema linear $Ax = b$ é consistente, indique que condição tem de se verificar para que a solução exista e seja única?

II - Parte prática (duração: 1 h e 30 min, cotação: 15 valores)

1. Considere o seguinte sistema

$$\begin{bmatrix} -4 & -1 & 12 \\ 15 & -3 & -1 \\ -3 & 18 & -6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2350 \\ 3800 \\ 1200 \end{bmatrix}$$

- (a) Indique justificando se os esquemas iterativos de Jacobi e de Gauss-Seidel vão convergir para a solução deste sistema;
- (b) No caso de resposta negativa à alínea anterior, indique se é possível contornar esta situação;
- (c) Descreva o esquema iterativo de Jacobi para resolução deste sistema;
- (d) Descreva o esquema iterativo de Gauss-Seidel para resolução deste sistema;

- (e) Aproxime a solução através do método de Gauss-Seidel usando como critério de paragem o resíduo relativo

$$\frac{\|r^{(k)}\|_2}{\|b\|_2} \leq 10^{-3},$$

indicando os resultados obtidos em cada iteração.

2. Considere o sistema de equações não-lineares

$$\begin{cases} x^2 - 2x + y^2 - 3 = 0 \\ x(6 - x) + y - 9 = 0 \end{cases}$$

- (a) Aproxima a solução do sistema, com erro absoluto inferior a 10^{-4} , através do método de Newton, partindo do ponto $x_0 = [2 \ 2]^T$, indicando os valores obtidos em cada iteração;
- (b) Qual o resíduo do sistema obtido na alínea anterior.
- (c) Aproxima a solução do sistema, com erro absoluto inferior a 10^{-5} , através do método de Newton, partindo do ponto $x_0 = [4 \ 0]^T$, indicando os valores obtidos em cada iteração;
- (d) Qual o resíduo do sistema obtido na alínea anterior.

3. Considerando os seguintes dados

x	10,2	22,2	32,0	41,6	50,5
y	0,17537	0,37784	0,52992	0,66393	0,63608

- (a) Use um método à sua escolha para obter o polinómio interpolador.
- (b) Utilize o polinómio interpolador para estimar o valor da função em $x = 27,5$.

4. Considere o problema de valor inicial

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2x}{y} - xy, \quad y(0) = 1, \quad x \geq 0$$

Aproxime a solução desta EDO para $x \in [0; 1]$ usando o método de Runge-Kutta de 4ª Ordem com passo de tempo $h = 0.2$.