

Licenciaturas em Engenharia Civil, Química e  
Gestão Industrial - 2007/2008

Métodos Numéricos

Exame Época Normal - 24/06/2008

Docente: Carlos Balsa - Departamento de Matemática - ESTiG

Instruções:

- A parte teórica é sem consulta bibliográfica.
- A parte prática é com consulta bibliográfica.
- Os cálculos deverão ser efectuados recorrendo ao software Octave ou Matlab.
- Os cálculos devem ser efectuados com o máximo de precisão possível.
- Apresente os resultados dos cálculos com uma precisão de pelo menos 4 dígitos significativos.
- Os computadores não poderão ser ligados à *Internet*.

**I - Parte teórica (Duração: 30 min, cotação: 5 valores).**

1. Quais as origens dos erros de computação?
2. De que depende a exactidão de uma solução obtida por um método numérico?
3. O que significa dizer que o erro de um método numérico é  $\mathcal{O}(h^2)$ ?
4. O que entende por número de condição de uma matriz?
5. Que propriedades tem de ter um sistema linear  $Ax = b$  para que possa ser resolvido pelo método da factorização de Cholesky?

**II - Parte prática (duração: 1 h e 30 min, cotação: 15 valores)**

1. Considere a seguinte matriz

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 5 & 8 \\ 7 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 3 & 10 & -3 \\ 1 & -9 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

- (a) Indique, justificando, que tipo de solução admite o sistema  $Ax = b$  em que  $b$  é um vector qualquer;
- (b) Efectue a factorização LU com pivotagem parcial desta matriz;
- (c) Utilize a decomposição efectuada na alínea anterior para resolver o sistema  $Ax = b$  em que  $b = [12 \ 8 \ 11 \ -4]^T$ ;
- (d) Utilize a mesma decomposição para resolver o sistema  $Ax = b$  em que  $b = [44 \ 14 \ 36 \ 8]^T$ .

2. Determine, pelo método dos mínimos quadrados, a equação da recta que melhor ajusta a seguinte função tabelada

$t$	0	1	2	3	4
$f(t)$	0.75	2.5	5.0	7.5	10.0

e estime o valor de  $f(2.5)$  através da equação da recta obtida.

3. Considere a equação  $e^x - 4x^2 = 0$ .

- Localize graficamente as raízes desta equação em intervalos unitários (efectue um esboço gráfico na folha de teste para justificar a sua resposta);
- Escreva o esquema iterativo de Newton-Raphson para encontrar as raízes da equação;
- Aplice o método de Newton-Raphson para aproximar a raiz de maior valor, usando uma tolerância de  $0.5 \times 10^{-8}$  (indique os valores da solução aproximada em cada iteração assim como o respectivo erro e arredonde correctamente o resultado final de acordo com o erro associado).

4. Pretende-se calcular, correctamente arredondado à sétima decimal, o valor de

$$I = \int_{1.2}^{1.9} x e^{-x} dx$$

- Estime o menor número  $n$  de intervalos necessário para efectuar o cálculo pela regra de Simpson.
- Aproxime o integral pela regra de Simpson de acordo com o número de intervalos previamente determinado (se não resolveu a alínea anterior considere  $n = 12$ ).