

Alunos do Mestrado em Engenharia Industrial, ramo de Eng. Electrotécnica

Consideramos a equação da onda

$$u_{tt} = u_{xx}, \quad 0 \leq x \leq 1, \quad t \geq 0$$

com condições iniciais

$$u(0, x) = \sin(x\pi), \quad u_t(0, x) = 0, \quad 0 \leq x \leq 1$$

e condições de fronteira

$$u(t, 0) = 0, \quad u(t, 1) = 0 \quad t \geq 0$$

1. Deduza o esquema implícito de primeira ordem para a resolução numérica através da discretização total por diferenças finitas.
2. Adapte o script `eqcalorimplicito.m` para a resolução deste problema.
3. Integre a equação de $t = 0$ a $t = 2$ e apresente os resultados na forma de gráfico de uma superfície tridimensional ao longo do plano (t, x) (arbitre Δx e Δt).
4. Determine o erro máximo na solução calculada comparando com a solução exacta dada por

$$u(t, x) = \cos(\pi t) \sin(\pi x).$$

Calcule para vários valores de Δx e tente caracterizar a variação do erro máximo com a variação deste passo (sugestão: fazer gráfico em escala logarítmica do erro máximo em função de Δx).

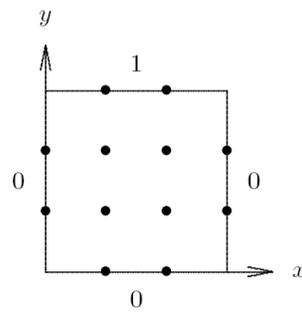
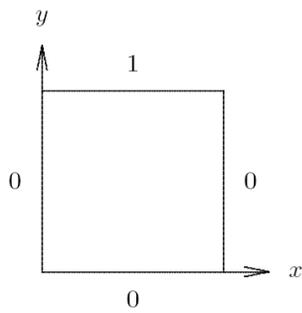
Alunos do Mestrado em Engenharia Industrial, ramo de Eng. Mecânica

Considere a resolução por diferenças finitas da equação de Poisson

$$u_{xx} + u_{yy} = 2xy$$

num quadrado unitário com as condições de fronteira abaixo indicadas.

1. Obtenha o sistema de equações algébricas lineares correspondente à malha usada para discretizar o domínio (lado direito da figura).
2. Calcule os valores aproximados da variável independente u nos pontos interiores do domínio.



- Use a função `[] = POISSONFD()` da `NMLibforOctave` para resolver este problema com uma malha espaçada de $h = 0.1$ e apresente os resultados na forma de gráfico tridimensional.

Alunos do Mestrado em Engenharia Química

Considere uma partícula de catalisador de geometria placa plana onde se leva a cabo uma reacção de primeira ordem. Considerando que a equação diferencial ordinária que descreve o perfil de concentrações no interior do catalisador é

$$u_{xx} - \phi^2 u = 0,$$

em que f é a concentração adimensional de reagente no interior do catalisador e ϕ é um número adimensional (módulo de Thiele) e x a variável espacial (0 no centro do catalisador e 1 na superfície). Considerando as condições de fronteira

$$u_x(0) = 0 \quad \text{e} \quad u(1) = 1$$

- Use o método das diferenças finitas, com $\Delta x = 0.2$, para determinar o perfil das concentrações para $0 \leq x \leq 1$, considerando $\phi = 0.1$. Apresente os resultados na forma de um gráfico.
- Repita a alínea anterior com $\phi = 1$ e $\phi = 10$ e apresente os resultados na forma de um gráfico.
- Compare os valores obtidos com os valores exactos dados pela solução analítica

$$u(x) = \frac{\cosh(\phi x)}{\cosh(\phi)}.$$