Mestrados em Engenharia da Construção - 1º semestre 2011/2012

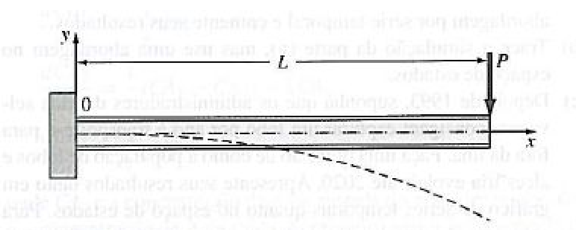
Métodos de Aproximação em Engenharia

Ficha prática nº 2 - Problemas de valor inicial para EDOs

Docente: Carlos Balsa - Departamento de Matemática - ESTiG

1. Considere a EDO $y' = -5y$ com a condição inicial $y(0) = 1$.
   (a) Serão as soluções desta EDO estáveis?
   (b) Para que valores do passo h é que o método de Euler é estável na resolução desta EDO?
   (c) Aproxime o valor da solução em $t = 1$ pelo método de Euler (arbitre o valor de h de acordo com o resultado da alínea anterior).
   (d) Para que valores do passo h é que o método de Euler implícito é estável na resolução desta EDO?
   (e) Aproxime o valor da solução em $t = 1$ pelo método de Euler implícito (arbitre o valor de h de acordo com o resultado da alínea anterior).
   (f) Sabendo que a solução exacta desta equação é dada por $y(t) = \exp(-5t)$, represente-a graficamente juntamente com as duas soluções numéricas anteriores.

2. A figura seguinte representa uma viga em balanço



A equação diferencial básica de uma curva elástica para a viga em balanço acima ilustrada é dada pela expressão

$$EIy'' = -P(L - x)$$

em que E é o módulo de elasticidade e I o momento de inércia. Considerando os seguintes valores para os parâmetros: $E = 30000\ ksi$, $I = 800\ in^4$, $P = 1\ kip$ e $L = 10$ pés, Determine computacionalmente a flexão da barra utilizando os seguintes métodos numéricos

   (a) Euler implícito,
   (b) Euler modificado,
   (c) Preditor de 4ª ordem,
   (d) Runge-Kutta de 4ª ordem.

Faça um gráfico com todas soluções obtidas.

3. Considere o problema de uma massa suspensa numa mola com amortecimento. A equação da distancia à origem é

$$y'' + \frac{c}{m}y' + \frac{k}{m}y = 0$$

em que m é a massa, k é a constante de rigidez da mola e c a constante de amortecimento.

   (a) Escreva este problema na forma de um sistema de EDOs de primeira ordem.

   (b) Considerando $m = 1$, $c = 2$ e $k = 0,75$, indique o tipo de estabilidade deste sistema.

   (c) Será o método Euler estável se $h = 0.2$?

   (d) Considerando que o deslocamento original é nulo ($y(0) = 0$) e que a velocidade original é de 5 unidades de comprimento por unidade de tempo ($y'(0) = 5$) aproxime numericamente a solução para os casos de $m = 10$ e de $m = 0.01$ através do método de Runge-Kutta de 4ª ordem. Apresente graficamente os resultados de forma a visualizar a evolução da posição e da velocidade da massa desde do tempo inicial $t_0 = 0$ até atingirem um estado estacionário. Repita o exercício para vários passos de tempo h escolhidos por si.

   (e) Faça um pequeno programa para resolver este exercício pelo método preditor-corretor de quarta ordem.