

Mestrados em Engenharia da Construção - 2011/2012

Métodos de Aproximação em Engenharia

Exame Época de Recurso - 9/2/2012

Docente: Carlos Balsa - Departamento de Matemática - ESTiG

Instruções:

- É permitida a consulta bibliográfica.
- Os cálculos deverão ser efectuados recorrendo ao software Octave.
- Apresente os resultados dos cálculos com uma precisão de pelo menos 4 dígitos significativos.
- Os computadores não podem estar ligados à *Internet*.

Duração: 2h00

1. Considere a matriz

$$A = \begin{bmatrix} 35 & 2 & 3 & 13 \\ 5 & 16 & 10 & 8 \\ 9 & 7 & 11 & 12 \\ 4 & 14 & 15 & 6 \end{bmatrix}$$

- (a) Sabendo que um dos valores próprios desta matriz está próximo de 5, aproxime-o através de 5 iterações do método das potencias inversas.
- (b) Calcule com uma tolerância de 10^{-8} o valor próprio mais próximo de 5 e o respectivo vector próprio (sugestão: utilize a função `eig.inverse` da NMLib-forOctave).

2. Consideramos a equação da onda

$$u_{tt} = 2u_{xx}, \quad 0 \leq x \leq 1, \quad t \geq 0$$

com condições iniciais

$$u(0, x) = \sin(2\pi x), \quad u_t(0, x) = 0, \quad 0 \leq x \leq 1$$

e condições de fronteira

$$u(t, 0) = 0, \quad u(t, 1) = 0 \quad t \geq 0$$

- (a) Deduza o esquema de discretização explícito para a resolução numérica através do método das diferenças finitas completo.
- (b) Utilize o esquema explícito para aproximar $u(0.4, x)$, considerando $\Delta t = 0.2$ e $\Delta x = 0.25$.
- (c) Deduza o esquema de discretização implícito para a resolução numérica através do método das diferenças finitas completo.

- (d) Utilize o esquema implícito para aproximar $u(0.4, x)$, considerando $\Delta t = 0.2$ e $\Delta x = 0.25$.
- (e) Suponha agora que $0 \leq x \leq 1$, integre a equação de $t = 0$ a $t = 0.8$ pelo esquema implícito (utilize a função `[] = pde_wave_imp()`) e indique quais são os valores da função em $t = 0.8$, isto é, os valores de $u(0.8, x)$?

3. Considere a função $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x, y) = 2x^3y^2 - 7xy + x^2 + 3y$$

- (a) Aproxime o ponto crítico desta função através de duas iterações do método de Newton, usando como aproximação inicial o ponto $\mathbf{x}_0 = [1 \ 1]^T$. Apresente todos os cálculos efectuados.
- (b) Aproxime computacionalmente o ponto crítico, com uma tolerância de $1e - 8$, através do método de Newton. Indique qual é o ponto crítico calculado e o valor da função nesse ponto, assim como o número de iterações necessárias para convergir (sugestão: utilize a função `opt_newton` da NMLibforOctave).
- (c) Indique, justificando, se o ponto crítico calculado na alínea anterior é um máximo, mínimo ou ponto de sela.