

Mestrados em Engenharia da Construção - 2011/2012

Métodos de Aproximação em Engenharia

Exame Época Normal - 23/01/2012

Docente: Carlos Balsa - Departamento de Matemática - ESTiG

Instruções:

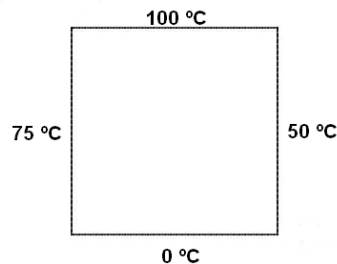
- É permitida a consulta bibliográfica.
- Os cálculos deverão ser efectuados recorrendo ao software Octave.
- Apresente os resultados dos cálculos com uma precisão de pelo menos 4 dígitos significativos.
- Os computadores não podem estar ligados à *Internet*.

**Duração: 2h00**

1. Considere a matriz

$$A = \begin{bmatrix} 2.9766 & 0.3945 & 0.4198 & 1.1159 \\ 0.3945 & 2.7328 & -0.3097 & 0.1129 \\ 0.4198 & -0.3097 & 2.5675 & 0.6079 \\ 1.1159 & 0.1129 & 0.6079 & 1.7231 \end{bmatrix}$$

- Aproxime o vector próprio de  $A$  correspondente ao valor próprio dominante através de 5 iterações do método das potências normalizado (indique os resultados obtidos em cada iteração).
  - Obtenha uma estimativa do valor próprio dominante através do vector obtido na alínea anterior.
  - Calcule com uma tolerância de  $10^{-8}$  o valor próprio de menor magnitude e o respectivo vector próprio (sugestão: utilize uma função da NMLibforOctave).
2. Considere uma placa aquecida na qual as temperaturas nas bordas são mantidas constantes:



A temperatura  $u$  no interior da placa obedece à chamada equação de Laplace

$$u_{xx} + u_{yy} = 0.$$

Aplique o método das diferenças finitas para aproximar os valores das temperaturas no interior da placa, considerando que a placa tem uma geometria quadrada com dimensões unitárias e que a distancia entre pontos é  $\Delta_x = 1/3$  e  $\Delta_y = 1/3$ .

3. Considere a função  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  definida por

$$f(x_1, x_2) = 100 (x_2 - x_1^2)^2 + (1 - x_1)^2.$$

- (a) Aproxime o mínimo desta função através de duas iterações do método do gradiente conjugado, usando como aproximação inicial o ponto  $\mathbf{x}_0 = [0 \ 0]^T$ . Apresente todos os cálculos efectuados.
- (b) Partido do ponto  $\mathbf{x}_0 = [2 \ 2]^T$ , aproxime computacionalmente a solução com uma tolerância de  $1e - 6$  através do método do gradiente conjugado e indique qual é o valor mínimo da função, o ponto onde ocorre e o número de iterações utilizadas pelo método (sugestão: utilize a função `opt_cg` da NMLibforOctave).