

1. Considere os seguintes vectores pertencentes ao espaço vectorial $\mathbb{R}^2$.

$$a = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad c = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad d = \begin{bmatrix} -3 \\ -3 \end{bmatrix}, \quad e = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}, \quad f = \begin{bmatrix} -4 \\ 2 \end{bmatrix}$$

- (a) Represente cada um destes vectores num sistema de eixos cartesianos.
 - (b) Calcule $b + c$, $b - c$, $2e$ e $-1/2b$ e represente geometricamente os resultados obtidos.
 - (c) Calcule o vector resultante da combinação linear $2a - b$ e represente-o geometricamente.
 - (d) Mostre geometricamente que qualquer vector do plano pode ser obtido através da combinação linear dos vectores a e b . Porque é que isso acontece?
 - (e) Demonstre analiticamente o que verificou na alínea anterior.
 - (f) Quais as coordenadas do vector c na base constituída pelos vectores a e b ?
 - (g) Mostre que os vectores c e f não podem gerar qualquer vector do plano.
2. Considere os seguintes vectores pertencentes ao espaço vectorial $\mathbb{R}^2$.

$$a = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad c = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad d = \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix}$$

- (a) Calcule a norma (comprimento) dos vectores a , b , c e d .
 - (b) Calcule o vector projecção de a sobre a direcção definida por b .
 - (c) Calcule os produtos escalares $a^T b$ e $a^T c$. O que observa?
 - (d) Mostre que os vectores a e d são ortogonais (perpendiculares).
3. Considere os seguintes vectores pertencentes ao espaço vectorial $\mathbb{R}^3$.

$$a = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad c = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

- (a) Represente o vector a num sistema de eixos cartesianos.
- (b) Calcule $a + b$, $a - c$, $-3a - 1/2b$.
- (c) Calcule os produtos escalares $a^T b$ e $a^T c$.
- (d) Qual é a norma do vector projecção de a sobre b ?
- (e) Qual é o vector projecção de a sobre b ?