

1º Ano de Engenharia de Energias Renováveis

Matemática I - 1º semestre 2011/2012

Formulário

Docente: Carlos Balsa - Departamento de Matemática - ESTiG

Regras de derivação:

- Regra da cadeia: Se $y = f(u)$, $u = g(x)$ e as derivadas $\frac{dy}{du}$ e $\frac{du}{dx}$ existirem, então a função composta definida por $y = f[g(x)]$ tem derivada dada por

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \frac{du}{dx} = f'(u)g'(x)$$

- Regra do produto: Seja $y = f(x)$ uma função que resulta do produto de duas funções $y = u.v$ com $u = g(x)$ e $v = h(x)$, então

$$\frac{dy}{dx} = u \frac{dv}{dx} + v \frac{du}{dx}$$

- Regra do quociente: Seja $y = f(x)$ uma função que resulta do quociente de duas funções $y = u/v$ com $u = g(x)$ e $v = h(x) \neq 0$, então

$$\frac{dy}{dx} = \frac{v \frac{du}{dx} - u \frac{dv}{dx}}{v^2}$$

- Regra da potência: Seja $y = u^n$ com $u = f(x) \neq 0$, então

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx} (u^n) = nu^{n-1} \frac{du}{dx}$$

Derivadas de Funções Trigonométricas:

$$\frac{d}{dx} (\text{sen } u) = (\cos u) \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx} (\cos u) = -(\text{sen } u) \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx} (\text{tg } u) = (\sec^2 u) \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx} (\cot g u) = -(\text{cosec}^2 u) \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx} (\sec u) = (\sec^2 u)(\text{tg } u) \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx} (\text{cosec } u) = -(\text{cosec } u)(\cot g u) \frac{du}{dx}$$

Derivadas das Funções Exponencial e Logaritmo:

$$\frac{d}{dx} (\log_b u) = \frac{1}{u} (\log_b e) \frac{du}{dx} \text{ com } e = 2,718\dots$$

$$\frac{d}{dx} (\ln u) = \frac{1}{u} \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx} (b^u) = \frac{b^u}{\log_b e} \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx} (e^u) = e^u \frac{du}{dx}$$

Primitivas imediatas:

Sejam f e g funções integráveis, C e k constantes e $a \in \mathbb{R}^+ \setminus 0$

$$\begin{aligned}\int k \, dx &= kx + C \\ \int f' f^n \, dx &= \frac{f^{n+1}}{n+1} + C \quad \text{para todo } n \neq -1 \\ \int \frac{f'}{f} \, dx &= \ln |f| + C \\ \int f' e^f \, dx &= e^f + C \\ \int f' a^f \, dx &= \frac{a^f}{\ln a} + C\end{aligned}$$

Primitivas imediatas de funções transcendentas:

$$\begin{aligned}\int f' \operatorname{sen}(f) \, dx &= -\cos(f) + C \\ \int f' \cos(f) \, dx &= \operatorname{sen}(f) + C \\ \int f' \operatorname{tg}(f) \, dx &= -\ln |\sec(f)| + C \\ \int \frac{f'}{a^2 + f^2} \, dx &= \frac{1}{a} \operatorname{arctg}\left(\frac{f}{a}\right) + C \\ \int \frac{f'}{\sqrt{1-f^2}} \, dx &= \operatorname{arcsen}(f) + C\end{aligned}$$

Primitivação por partes:

$$\int f(x)g(x) \, dx = F(x)g(x) - \int F(x)g' \, dx$$

em que $F(x) = \int f(x) \, dx$