

1º Ano de Engenharia de Energias Renováveis

Matemática I - 1º semestre 2011/2012

Ficha prática nº 12 - Integral Definido e suas Aplicações

Docente: Carlos Balsa - Departamento de Matemática - ESTiG

1. Calcule os seguintes integrais definidos

(a)  $\int_1^2 (x^2 + 3x) dx$

(b)  $\int_1^3 \frac{1}{x^3} dx$

(c)  $\int_1^0 x(x^2 + 1) dx$

(d)  $\int_1^2 \frac{1}{x} dx$

2. Calcule as áreas delimitadas pelas seguintes curvas

(a)  $y = x^2$ ,  $y = 0$  e  $x = 1$

(b)  $y = x^2$ ,  $y = 0$ ,  $x = -1$  e  $x = 1$

(c)  $y = 1 - x$ ,  $x = 0$  e  $y = 0$

(d)  $y = x^2$  e  $y = x$

(e)  $y = x^3$ ,  $y = 2 - x^2$ ,  $x = 0$  e  $x = 1$

3. Calcule os seguintes volumes de revolução:

(a) Volume do sólido delimitado por  $y = x^2$ ,  $y = 0$  e  $x = 2$  em torno do eixo  $x$

(b) Volume do sólido delimitado por  $y = 4 - x^2$ ,  $y = 0$  e  $y = 4$  em torno do eixo  $y$

(c) Volume do sólido formado pela rotação da região delimitada por  $y = x^2$  e  $y = x$  em torno do eixo  $y$

Algumas primitivas imediatas:

Sejam  $f$  e  $g$  funções integráveis,  $C$  e  $k$  constantes e  $a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{0\}$

$$\int k \, dx = kx + C$$

$$\int f' f^n \, dx = \frac{f^{n+1}}{n+1} + C \quad \text{para todo } n \neq -1$$

$$\int \frac{f'}{f} \, dx = \ln |f| + C \quad (\text{Repare no valor absoluto})$$

$$\int f' e^f \, dx = e^f + C$$

$$\int f' a^f \, dx = \frac{a^f}{\ln a} + C$$