

2º Ano de Engenharias Civil e Electrotécnica
Métodos Numéricos - 2º semestre 2010/2011
Ficha prática nº 5 - Problemas de Mínimos Quadrados Lineares
Docente: Carlos Balsa - Departamento de Matemática - ESTiG

1. Considere os seguintes dados

t	1	2	3	4	5	6	7
y	0.5	2.5	2.0	4.0	3.5	6.0	5.5

- (a) Represente graficamente estes dados.
- (b) Determina a recta de regressão linear que melhor ajusta estes dados no sentido nos mínimos quadrados.
- (c) Estime os valores da função tabela em $t = 2.23$ e $t = 4.5$.
- (d) O coeficiente de correlação é calculado da seguinte forma

$$C_r = \sqrt{\frac{S_t - S_r}{S_t}}$$

em que $S_t = \|y - \bar{y}\|_2^2$, sendo \bar{y} a média dos valores de y , e S_r o quadrado da norma do resíduo ($S_r = \|y - Ax\|_2^2$). Sabendo que o coeficiente de correlação determina a qualidade do ajuste do modelo aos dados, calcule o seu valor de forma a verificar a qualidade do ajuste.

- (e) Faça um gráfico com os dados originais juntamente com o polinómio resultante do método dos mínimos quadrados.

2. Considere os dados do exercício anterior. Ajuste os dados através de uma parábola e faça a representação gráfica. Qual das duas funções se ajusta melhor aos dados?

3. Ajuste a equação $y = \alpha t^\beta$ aos seguintes dados

t	1	2	3	4	5
y	0.5	1.7	3.4	5.7	8.4

4. Considere os seguintes dados

t	0.0	1.0	2.0	3.0	4.0
y	1.0	2.7	5.8	6.6	7.5

- (a) Ajuste os dados através de polinómios de grau 1, 2, 3 e 4, utilizando a função `[x, r] = normalq(A,b)` da NMLibforOctave.
- (b) Faça um gráfico com os dados originais juntamente com o polinómio resultante e comente a qualidade da aproximação.
- (c) Com base nos respectivos gráficos, comente os resultados obtidos na alínea anterior.

5. Considere os seguintes dados

t	0	1	2	4	6	10	15	20
y	1.75	8.25	28.75	159.75	490.75	2136.75	7029.75	16471.75

- (a) Determine a combinação linear do seguinte conjunto de funções $(2t + 1)$, $(2t + 1)^2$ e $(2t + 1)^3$ que, no sentido do método dos mínimos quadrados, melhor aproxima os dados.
- (b) Estime os valores da função tabela em em $t = 6$ e $t = 12$. Fará sentido estimar a função em $t = -6$?
- (c) Compare os números de condição das matrizes A e $A^T A$.
- (d) Se todos os dados recolhidos não forem exactos e tiverem uma incerteza associada de ± 0.02 determine o erro relativo associado à solução do problema.

6. Considere os seguintes dados

t	0.0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0
y	2.9	2.7	4.8	5.3	7.1	7.6	7.7	7.6	9.4	9.0	9.6
t	5.5	6.0	6.5	7.0	7.5	8.0	8.5	9.0	9.5	10.0	
y	10.0	10.2	9.7	8.3	8.4	9.0	8.3	6.6	6.7	4.1	

- (a) Determine a equação da parábola que melhor ajusta estes dados no sentido dos mínimos quadrados.
- (b) Represent graficamente a parábola e os pontos.