

2º Ano de Engenharias Civil e Engenharia Electrotécnica
Métodos Numéricos - 2º semestre 2010/2011
Ficha prática nº 3
Resolução de Sistemas de Equações Lineares
Docente: Carlos Balsa - Departamento de Matemática - ESTiG

1. Considere a seguinte matriz

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 5 & 8 \\ 2 & 1 & -1 & 7 \\ 1 & 3 & 10 & -3 \\ 1 & -9 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

- (a) Calcule $\|A\|_1$ e $\|A\|_\infty$;
- (b) Indique se esta matriz é ou não simétrica;
- (c) Indique se esta matriz é ou não singular;
- (d) Em função do resultado obtido indique qual é o tipo de solução do sistema $Ax = b$;
- (e) Determine a matriz de permutação P , sabendo que

$$PA = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 5 & 8 \\ 1 & -9 & 3 & 1 \\ 1 & 3 & 10 & -3 \\ 2 & 1 & -1 & 7 \end{bmatrix}$$

- (f) Que relação existe entre os sistemas $Ax = b$ e $PAx = Pb$?

2. Considere a seguinte matriz

$$A = \begin{bmatrix} 21 & 67 & 88 & 73 \\ 76 & 63 & 7 & 20 \\ 0 & 85 & 56 & 54 \\ 19.3 & 43 & 30.2 & 29.4 \end{bmatrix}$$

- (a) Indique se a matriz A é ou não singular;
- (b) Indique se a matriz A é ou não positiva definida;
- (c) Utilize o comando `condtest` do Octave para obter uma estimativa do número de condição desta matriz;
- (d) Utilize o comando `\` do Octave para resolver $Ax = b$ com $b = [141 \ 109 \ 218 \ 93.7]^T$;
- (e) Substitua o valor de a_{41} por 19.2 e resolva novamente o sistema $Ax = b$;
- (f) Substitua o valor de b_{12} por 109.1 e resolva novamente o sistema $Ax = b$;
- (g) Comente os resultados obtidos anteriormente.

3. Considere o seguinte sistema de equações lineares

$$\begin{cases} 0.0406x_1 + 2.02x_2 + 127x_3 = -7.49 \\ -51.2x_1 + 0.0702x_2 - 17.9x_3 = 7.51 \\ 11.1x_1 - 15.7x_2 + 30.3x_3 = 12.8 \end{cases}$$

- (a) Verifique que este sistema tem solução única;
 - (b) Indique se a matriz dos coeficientes é diagonalmente dominante por linhas ou colunas;
 - (c) Haverá maneira de transformar este sistema num equivalente mas que seja diagonalmente dominante?
 - (d) Resolva o sistema pelo método de eliminação de Gauss sem pivotagem parcial (arredonde os cálculos a 4 dígitos significativos);
 - (e) Resolva o sistema pelo método da factorização LU sem pivotagem parcial (arredonde os cálculos a 4 dígitos significativos).
4. Resolva o seguinte sistema por factorização LU com pivotagem parcial das linhas, arredondando os cálculos a 4 dígitos significativos.

$$\begin{cases} 0.0406x_1 + 2.02x_2 + 127x_3 = -7.49 \\ -51.2x_1 + 0.0702x_2 - 17.9x_3 = 7.51 \\ 11.1x_1 - 15.7x_2 + 30.3x_3 = 12.8 \end{cases}$$

Calcule a norma-2 do resíduo associado à solução calculada.