

Ficha nº 3, ex. 4

$$\begin{bmatrix} 0,0406 & 2,02 & 127 \\ -51,2 & 0,0702 & -17,9 \\ 11,1 & -15,7 & 39,3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7,49 \\ 7,51 \\ 12,8 \end{bmatrix}$$

1ª Etapa: $PA = LU$

$$l_1 \leftrightarrow l_2$$

$$P_1 A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0,0406 & 2,02 & 127 \\ -51,2 & 0,0702 & -17,9 \\ 11,1 & -15,7 & 39,3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -51,2 & 0,0702 & -17,9 \\ 0,0406 & 2,02 & 127 \\ 11,1 & -15,7 & 39,3 \end{bmatrix}$$

$$l_2 - \left(\frac{0,0406}{-51,2} \right) l_1$$

$$l_2 - (-7,930e-4) l_1$$

$$l_3 - \left(\frac{11,1}{-51,2} \right) l_1$$

$$\Rightarrow l_3 - (-0,2168) l_1$$

$$P_1 A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -7,930e-4 & 1 & 0 \\ -0,2168 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -51,2 & 0,0702 & -17,9 \\ 0 & 2,020 & 127,0 \\ 0 & -15,68 & 26,42 \end{bmatrix}$$

$$l_2 \leftrightarrow l_3$$

$$P_2 P_1 A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -0,2168 & 1 & 0 \\ -7,930e-4 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -51,2 & 0,0702 & -17,9 \\ 0 & -15,68 & 26,42 \\ 0 & 2,020 & 127,0 \end{bmatrix}$$

$$l_3 - \left(\frac{2,020}{-15,68} \right) l_2 \Rightarrow l_3 - (-0,1288) l_2$$

$$P_2 P_1 A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -0,2168 & 1 & 0 \\ -7,930e-4 & -0,1288 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -51,2 & 0,0702 & -17,9 \\ 0 & -15,68 & 26,42 \\ 0 & 0 & 130,40 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$P = P_2 P_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

2^e étape: Résoudre $Ax = b$

$$Ax = b \Leftrightarrow PAX = Pb \Leftrightarrow (LU)x = Pb \Leftrightarrow L(\underbrace{Ux}_y) = Pb$$

① Résoudre par substitution $Ly = Pb$

② " " " " $Ux = y$

① $Ly = Pb$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -0,2168 & 1 & 0 \\ -7,930e-4 & -0,1288 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -7,51 \\ 7,51 \\ 12,8 \end{bmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y_1 = 7,51 \\ -0,2168 y_1 + y_2 = 12,8 \\ -7,930e-4 y_1 - 0,1288 y_2 + y_3 = -7,51 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y_1 = 7,51 \\ y_2 = 12,8 + 0,2168(7,51) = 14,43 \\ y_3 = -7,51 + 7,930e-4(7,51) + 0,1288(14,43) = -5,626 \end{cases}$$

② $Ux = y$

$$\begin{bmatrix} -51,2 & 0,0702 & -17,9 \\ 0 & -15,68 & 26,42 \\ 0 & 0 & 130,40 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7,51 \\ 14,43 \\ -5,626 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} -51,2 x_1 + 0,0702 x_2 - 17,9 x_3 = 7,51 \\ -15,68 x_2 + 26,42 x_3 = 14,43 \\ 130,40 x_3 = -5,626 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = (7,51 + 17,9 \times (-0,0434)) / (-0,0702) \\ x_2 = (14,43 - 26,42 \times (-0,0434)) / (-15,68) \\ x_3 = -5,626 / 130,40 = -0,0434 \end{cases}$$

$$x_1 = -0,1332$$

$$x_2 = -0,9332$$

$$x_3 = -0,0434$$

Resíduo = r

$$r = b - AX = \begin{bmatrix} -3,52 \\ 7,52 \\ 12,8 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,0906 & 2,02 & 12,7 \\ -5,2 & 9,0702 & -17,9 \\ 12,1 & -15,7 & 30,3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0,1330 \\ -0,9930 \\ -0,04314 \end{bmatrix}$$

$$\textcircled{=)} r = \begin{bmatrix} 3,580 \times 10^{-5} \\ -2,097 \times 10^{-3} \\ -6,651 \times 10^{-3} \end{bmatrix}$$

$$\|r\|_2 = \underline{\underline{0,006981}}$$