

Licenciaturas em Engenharia Civil e Electrotécnica
Métodos Numéricos - 2010/2011
Exame Época Normal - 28 de Junho 2011
Docente: Carlos Balsa - Departamento de Matemática - ESTiG

Instruções:

- A parte teórica é sem consulta bibliográfica.
- A parte prática é com consulta bibliográfica.
- Os cálculos deverão ser efectuados recorrendo apenas ao software Octave.
- Apresente os resultados dos cálculos com uma precisão de pelo menos 5 dígitos significativos.
- Os computadores não poderão ser ligados à *Internet*.

I - Parte teórica (Duração:20 min, cotação: 4 valores).

1. Considerando que \tilde{x} é um valor aproximado de x , como calcularia os erros absoluto e relativos associados a este valor?
2. Num processo de cálculo através de um método numérico quais são as principais origens dos erros associados a solução?
3. Considerando o sistema linear $Ax = b$, com $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ em que $|A| \neq 0$, descreva as principais etapas da sua resolução pelo método da factorização LU com pivotagem parcial.
4. Como resolveria um sistema linear $Ax = b$, com $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ em que $m > n$, isto é um sistema sobredeterminado com mais equações do que incógnitas?

II - Parte prática (duração: 2h00, cotação: 16 valores)

1. Considere a equação $e^{-x} - x^2 = 0$.
 - (a) Localize graficamente a raiz desta equação (transcreva o gráfico da função para o papel, identificando um intervalo unitário onde está situada a raiz).
 - (b) Quantas bissecções seriam necessárias para que o método da bissecção aproxime a raiz com uma tolerância de 10^{-8} ?
 - (c) Aproxime a raiz desta equação através de 3 iterações do método da bissecção.
 - (d) Aproxime a raiz pelo método da bissecção com uma tolerância de 0.5×10^{-8} (sugestão: use a função `bisection` da NMLibforOctave).

2. Considerando os seguintes dados

$$y = f(t) \begin{array}{c|cccc} t & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline & 0.5 & 1.7 & 3.4 & 5.7 \end{array}$$

- (a) Determine o polinómio de grau 2 que melhor ajusta estes dados no sentido dos mínimos quadrados.
- (b) Utilize o polinómio obtido na alínea anterior para aproximar $f(3.25)$.

3. Considere o sistema de equações não-lineares

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 1 = 0 \\ x^3 - y = 0 \end{cases}$$

- (a) Aproxima a solução do sistema através de duas iterações do método de Newton, partindo de $x_0 = [1 \ 1]^T$.
 - (b) Calcule aproximações para os erros absoluto e relativo correspondentes à solução obtida.
 - (c) Aproxime a solução do sistema através do Método de Newton de maneira a obter um erro absoluto $\Delta_x \leq 10^{-12}$ (sugestão: use a função `nle_newtsys` da NMLibforOctave).
4. Considerando o problema de valor inicial $y' = y - t^2 - 1.1y$ para $t \geq 0$ com $y(0) = 2$, aproxime o valor de $y(0.25)$ através do método de Euler modificado (apresente todos os cálculos efectuados para obter a solução).