Mestrados em Engenharia da Construção - 1º semestre 2010/2011

Métodos de Aproximação em Engenharia

Trabalho Prático nº 1

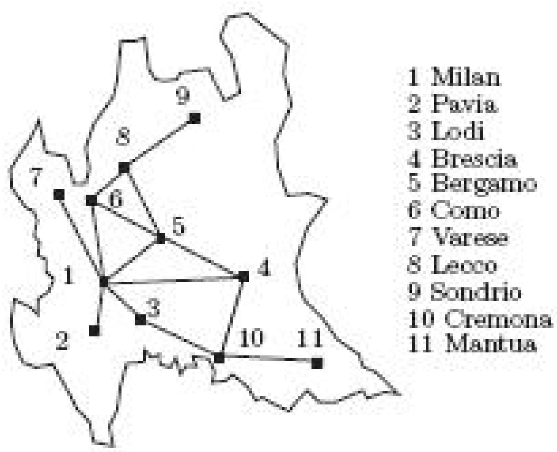
Docente: Carlos Balsa - Departamento de Matemática - ESTiG

Uma *cadeia de Markov* consiste num sistema com n possíveis estados que passa por uma série de transições de um estado para outro. A probabilidade de passar de um estado j para um estado i é dada por a_{ij}, em que $0 \leq a_{ij} \leq 1$ e $\sum_{i=1}^{n} a_{ij} = 1$. Seja A a matriz das probabilidades de transição e seja $x_i^{(k)}$ a probabilidade do sistema estar no estado i depois da transição k. Se a distribuição de probabilidades inicial for dada pelo vector $x^{(0)}$, o vector de distribuição das probabilidades após k etapas será então dado por

$$x^{(k)} = Ax^{(k-1)} = A^k x^{(0)}.$$

A longo prazo, o comportamento do sistema é consequentemente determinado por $\lim_{k\to\infty} A^k$.

Considere a representação esquemática da rede de linhas férreas que liga as principais cidades italianas da Lombardia



Supondo que um passageiro que viaja nesta rede de cidade em cidade, sem destino conhecido, apanha o comboio na estação de Sondrio.

1. Determine a matriz A das probabilidades de transição.
2. Quais as probabilidades do passageiro estar em cada uma das cidades após sete viagens?
3. Quais as probabilidades do passageiro estar em cada uma das cidades após um elevado número de viagens?
4. Acha que o vector distribuição das probabilidades a longo prazo depende do vector inicial $x^{(0)}$?
5. Qual é a cidade mais acessível por via férrea?
6. Qual é a cidade menos acessível por via férrea?
7. Explique os resultados anteriores tendo em conta os valores e vectores próprios de A.