

1º Ano de Engenharia de Energias Renováveis
Matemática I - 1º semestre 2010/20011
Ficha prática nº 11 - Integral Definido e suas Aplicações
Docente: Carlos Balsa - Departamento de Matemática - ESTiG

1. Calcule os seguintes integrais definidos

(a) $\int_1^2 (x^2 + 3x) dx$

(b) $\int_1^3 \frac{1}{x^3} dx$

(c) $\int_1^0 x(x^2 + 1) dx$

(d) $\int_1^2 \frac{1}{x} dx$

2. Calcule as áreas delimitadas pelas seguintes curvas

(a) $y = x^2$, $y = 0$ e $x = 1$

(b) $y = x^2$, $y = 0$, $x = -1$ e $x = 1$

(c) $y = 1 - x$, $x = 0$ e $y = 0$

(d) $y = x^2$ e $y = x$

(e) $y = x^3$, $y = 2 - x^2$, $x = 0$ e $x = 1$

3. Calcule os seguintes volumes de revolução:

(a) Volume do sólido delimitado por $y = x^2$, $y = 0$ e $x = 2$ em torno do eixo x

(b) Volume do sólido delimitado por $y = 4 - x^2$, $y = 0$ e $y = 4$ em torno do eixo y

(c) Volume do sólido formado pela rotação da região delimitada por $y = x^2$ e $y = x$ em torno do eixo y

Algumas primitivas imediatas:

Sejam f e g funções integráveis, C e k constantes e $a \in \mathbb{R}^+ \setminus 0$

$$\begin{aligned}\int k \, dx &= kx + C \\ \int f' f^n \, dx &= \frac{f^{n+1}}{n+1} + C \quad \text{para todo } n \neq -1 \\ \int \frac{f'}{f} \, dx &= \ln |f| + C \quad (\text{Repare no valor absoluto}) \\ \int f' e^f \, dx &= e^f + C \\ \int f' a^f \, dx &= \frac{a^f}{\ln a} + C\end{aligned}$$

Primitivas de funções transcendentess

$$\begin{aligned}\int f' \operatorname{sen}(f) \, dx &= -\cos(f) + C \\ \int f' \cos(f) \, dx &= \operatorname{sen}(f) + C \\ \int f' \operatorname{tg}(f) \, dx &= -\ln |\sec(f)| + C \\ \int \frac{f'}{a^2 + f^2} \, dx &= \frac{1}{a} \operatorname{arctg}\left(\frac{f}{a}\right) + C \\ \int \frac{f'}{\sqrt{1 - f^2}} \, dx &= \operatorname{arcsen}(f) + C\end{aligned}$$