

Licenciaturas em Engenharia de Energias Renováveis

Matemática I - 2010/2011

1º teste parcial - 23 de Novembro 2010

Docente: Carlos Balsa - Departamento de Matemática - ESTiG

Instruções:

- A resposta a cada um dos grupos de perguntas deve ser efectuada numa folha de teste diferente.
- Teste sem consulta bibliográfica.
- Não é permitido o uso de máquina de calcular.
- Explícite detalhadamente todos os cálculos efectuados.

Duração: 2h00 sem tolerância

1. Considere os seguintes vectores de \mathbb{R}^3

$$u = \begin{bmatrix} 2 \\ a \\ 3 \end{bmatrix}, \quad v = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad x = \begin{bmatrix} -4 \\ -4 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad \text{e} \quad y = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

- Calcule $\|u\|$ e $\|y\|$.
- Determine a de maneira a que u e v sejam ortogonais.
- Mostre que x e y são colineares.
- Determine o vector projecção de x sobre v ($proj_v(x)$).

2. Considere as seguintes matrizes

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -4 & 4 & -3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 0 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}, \quad \text{e} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 3 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

calcule sempre que possível:

- $A + B$, $B + C$ e $B^T - C$
- A^2 , $A.C$, $B.C$ e $C.B$
- $(C.B)^{-1}$

3. Considere o seguinte sistema de equações lineares

$$\begin{cases} 2x - y + az = 8 \\ x + 2y + 3z = 9 \\ 3x - z = 3 \end{cases}$$

- (a) Para que valor (ou valores) de a o sistema tem solução única?
- (b) Resolva o sistema pelo método de Cramer (considere $a = 1$).

4. Considere a matriz $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$

- (a) Indique, justificando, se A é uma matriz simétrica ou não.
- (b) Quanto é o traço da matriz A ?
- (c) Calcule os valores próprios de A .
- (d) Calcule os vectores próprios de A .