

Licenciaturas em Engenharia de Energias Renováveis

Matemática I - 2010/2011

Exame Época de Recurso - 9 de Fevereiro 2011

Docente: Carlos Balsa - Departamento de Matemática - ESTiG

Instruções:

- A resposta a cada um dos grupos de perguntas deve ser efectuada numa folha de teste diferente.
- Apenas é permitido consultar o formulário.
- Não é permitido o uso de máquina de calcular.
- Explicitar detalhadamente todos os cálculos efectuados.

Duração: 2h30

1. Considere o seguinte sistema de equações lineares

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 9 \\ 3x - z = 3 \\ 2x - y + z = 8 \end{cases}$$

- Escreva o sistema na forma matricial $Ax = b$.
- Mostre que a matriz dos coeficientes (A) é não-singular (invertível).
- Calcule A^{-1} , a inversa da matriz dos coeficientes por um método à sua escolha.
- Resolva o sistema $Ax = b$ pelo método da matriz inversa.

2. Considere a matriz $A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 3 \\ 0 & 3 & -2 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$

- Indique, justificando, se A é uma matriz normal ou não.
- Quanto é o traço da matriz A ?
- Calcule os valores próprios de A .
- Calcule o vector próprio de A associado ao maior valor próprio.

3. Calcule os seguintes integrais definidos

(a) $\int_0^2 -2x + x^2 + 5x^3 dx$

(b) $\int_1^2 \frac{x^2+x+1}{x} dx$

(c) $\int_{-1}^0 xe^{-3x} dx$

(d) $\int_1^4 \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)^2} dx$

4. Considere as funções $f(x) = x^2 - 1$ e $g(x) = 3$

- Faça os gráficos destas duas funções, indicando os pontos de intersecção.
- Calcule a área compreendida entre os dois gráficos.
- Calcule o volume definido pela rotação da área definida na alínea anterior em torno do eixo $y = 3$.