Curso de Especialização Tecnológica em Contabilidade e Gestão

Matemática - 1º Trimestre 2009/2010

Aula nº 2

Docente: Carlos Balsa - Departamento de Matemática - ESTiG

- **Expoentes inteiros positivos**. Uma potência de de ordem n de um número real qualquer a significa que

$$a^n = a \cdot a \cdot a \dots a \quad (n \ \text{ factores})$$

para qualquer inteiro positivo n.
Para quaisquer números reais a e b e inteiros positivos m e n:

1. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
2. Para $a \neq 0$, $\frac{a^m}{a^n} = \begin{cases} a^{m-n} & \text{se } \ m > n \\ 1 & \text{se } \ m = n \\ 1/a^{n-m} & \text{se } \ m < n \end{cases}$
3. $(ab)^m = a^m b^m$
4. $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m} \quad (b \neq 0)$
5. $(a^m)^n = a^{mn}$

Aplique as propriedades anteriores para simplificar as seguintes expressões:

1. $\frac{5^6}{5^4}$
2. $\frac{x^2}{x^5}$
3. $\left(\frac{x}{y}\right)^4$
4. $(3x^2y^3)^4$
5. $3^3 \cdot 3^2$

- **Expoente nulo**. Para qualquer número real não nulo a, definimos $a^0 = 1$. A expressão 0^0 não é definida.

- **Expoentes negativos**. Na aula passada vimos que a^{-1} é definido como $1/a$ para $a \neq 0$, portanto vamos definir a^{-n} como $(a^{-1})^n$. Algumas das regras com expoentes negativos são:

1. $a^{-n} = (a^{-1})^n = \left(\frac{1}{a}\right)^n = \left(\frac{1}{a^n}\right)$ ($a \neq 0$)
2. $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left[\left(\frac{a}{b}\right)^{-1}\right]^n = \left(\frac{b}{a}\right)^n$ ($a \neq 0$, $b \neq 0$)

Reescreva cada uma das seguintes expressões sem utilizar expoentes:

1. $(-4)^3$
2. -5^3
3. -2^4
4. $(-2)^5$
5. 3^{-2}
6. $-\left(\frac{3}{2}\right)^2$
7. $\left(\frac{2}{3}\right)^3$

Faça os cálculos e reescreva todos os resultados sem expoentes:

1. $6 \cdot 3^0$
2. $-\left(\frac{2}{3}\right)^{-4}$
3. $\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$
4. 6^{-2}
5. $(-4)^{-2}$

Use as regras de expoentes e as definições de a^0 e a^{-n} para simplificar as seguintes expressões, reescrevendo-as como expoentes positivos:

1. $2(x^2)^{-2}$
2. $x^{-2} \cdot x^{-5}$
3. $\frac{x^{-8}}{x^{-4}}$
4. $\left(\frac{2x^3}{3x^{-5}}\right)^{-2}$

Se um valor P (em €) for investido por um período de n anos a uma taxa de juro i ao ano, com capitalização anual, o valor futuro resultante é dado por $F = P(1+i)^n$. O rendimento resultante será então dado por $R = F - P$. Nas alíneas seguintes, calcule os valores de F e de R correspondentes aos valores indicados de P, n e i.

1. 1200 € por 5 anos, a 12% ao ano.
2. 1800 € por 7 anos, a 10% ao ano.
3. 5000 € por 6 anos, a 11.5% ao ano.
4. 800 € por 20 anos, a 10.5% ao ano.

- **Radicais e expoentes radicais**. A expressão $\sqrt[n]{a}$ é chamada **radical**, onde $\surd$ é o **simbolo da raiz**, n é o **índice** e a o **radicando**. Quando nenhum índice é indicado o seu valor é 2 e a expressão é chamada **raiz quadrada**.

  A raiz enésima (principal) de um número real é definida por:

$$b = \sqrt[n]{a} \quad \text{se e só se} a = b^n,$$

  sujeita às seguintes condições:

	$a = 0$	$a > 0$	$a < 0$
n par	$\sqrt[n]{a} = 0$	$\sqrt[n]{a} > 0$	$\sqrt[n]{a}$ não é real
n impar	–	$\sqrt[n]{a} > 0$	$\sqrt[n]{a} < 0$

  Quando nos pedem a raiz de um número, fornecemos sempre a sua raiz principal.

  Encontre as seguintes raízes (se forem números reais):

  1. $\sqrt[6]{64}$
  2. $-\sqrt{16}$
  3. $\sqrt[3]{-8}$
  4. $\sqrt{-16}$

  Expoente $1/n$. Para um inteiro positivo n define-se que

$$a^{1/n} = \sqrt[n]{a} \quad \text{se} \quad \sqrt[n]{a}\text{existir}.$$

  Assim $(a^{1/n})^n = a^{1/n \cdot n} = a$.

  Expoentes racionais. Para um inteiro positivo n e um inteiro qualquer m (com $a \neq 0$ quando $m \leq 0$ e m/n irredutível) tem-se

$$a^{m/n} = \left(a^{1/n}\right)^m = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m$$

  Escreva as seguintes expressões na forma de radical e simplifique:

  1. $16^{3/4}$
  2. $y^{-3/2}$
  3. $(6m)^{2/3}$

  Escreva as seguintes expressões sem radicais:

  1. $\sqrt{x^3}$
  2. $\frac{1}{\sqrt[3]{b^2}}$
  3. $\sqrt[3]{(ab)^3}$

  Regras para radicais. Dado que $\sqrt[n]{a}$ e $\sqrt[n]{b}$ são reais

  1. $\sqrt[n]{a^n} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^n = a$
  2. $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$
  3. $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}} \quad (b \neq 0)$

Calcule:

1. $\sqrt[5]{6^5}$
2. $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{4}$
3. $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}}$

- O crescimento de uma certa empresa é descrito pela seguinte equação

$$N = 500(0,02)^{0,7t}$$

em que t é o número de anos de existência da empresa e N é o seu número de funcionários.

1. Qual o numero de funcionários quando a empresa iniciou a sua actividade?
2. Qual será o número de funcionários ao fim de 5 anos de existência?