

2º Ano de Engenharias Civil e Electrotécnica
Métodos Numéricos - 2º semestre 2009/2010
Ficha prática nº 4 - Problemas de Mínimos Quadrados Lineares
Docente: Carlos Balsa - Departamento de Matemática - ESTiG

1. Considere os seguintes dados

t	1	2	3	4	5	6	7
y	0.5	2.5	2.0	4.0	3.5	6.0	5.5

- (a) Determina a recta de regressão linear que melhor ajusta estes dados no sentido nos mínimos quadrados.
- (b) Estime os valores da função tabela em em $t = 2.23$ e $t = 4.5$.
- (c) O coeficiente de correlação é calculado da seguinte forma

$$r = \sqrt{\frac{S_t - S_r}{S_t}}$$

em que $S_t = \|y - \bar{y}\|_2^2$, sendo \bar{y} a média dos valores de y , e S_r o quadrado da norma do resíduo ($S_r = \|y - Ax\|_2^2$). Sabendo que o coeficiente de correlação determina a qualidade do ajuste do modelo aos dados, calcule o seu valor de forma a verificar a qualidade do ajuste.

- (d) Faça um gráfico com os dados originais juntamente com o polinómio resultante do método dos mínimos quadrados.

2. Determine um polinómio de grau 1 (linha recta) pelo método dos mínimos quadrados que melhor ajusta os seguintes dados

t	0.0	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0
y	1.0	2.7	5.8	6.6	7.5	9.9

- (a) Faça um gráfico com os dados originais juntamente com o polinómio resultante e comente a qualidade da aproximação.
- (b) Ajuste os mesmos dados através de polinómios de grau 2, 3, 4 e 5, utilizando a função `[x, r] = normaleq(A,b)` da NMLibforOctave.
- (c) Com base nos respectivos gráficos, comente os resultados obtidos na alínea anterior.

3. Considere os seguintes dados

t	0	1	2	4	6	10	15	20
y	1.75	8.25	28.75	159.75	490.75	2136.75	7029.75	16471.75

- (a) Determine a combinação linear do seguinte conjunto de funções $(2t + 1)$, $(2t + 1)^2$ e $(2t + 1)^3$ que, no sentido do método dos mínimos quadrados, melhor aproxima os dados.
- (b) Estime os valores da função tabela em em $t = 6$ e $t = 12$. Fará sentido estimar a função em $t = -6$?
- (c) Compare os números de condição das matrizes A e $A^T A$.
- (d) Se todos os dados recolhidos não forem exactos e tiverem uma incerteza associada de ± 0.02 determine o erro relativo associado à solução do problema.