

2º Ano de Engenharias Civil e Electrotécnica

Métodos Numéricos - 2º semestre 2008/2009

Ficha prática nº 3 - Resolução de Sistemas de Equações Lineares por
Métodos Iterativos

Docente: Carlos Balsa - Departamento de Matemática - ESTiG

1. Considere o seguinte sistema

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 9 \\ 7 & 1 & 1 \\ 1 & 5 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 54 \\ 20 \\ 7 \end{bmatrix}$$

- (a) Permute a ordem das equações de forma a reforçar a dominância por linhas da diagonal.
- (b) Escreva o esquema iterativo de Jacobi para a resolução do sistema anterior.
- (c) Aproxime a solução deste sistema efectuando duas iterações do método de Jacobi.
- (d) Calcule o resíduo relativo em cada uma das iterações efectuadas.
- (e) Resolva computacionalmente este sistema através do método de Jacobi (use a função `jacobi` da NLibforOctave), considerando o seguinte critério de paragem

$$\frac{\|b - Ax^{(k)}\|_2}{\|b\|_2} \leq 10^{-4}.$$

2. Considere o sistema da alínea anterior

- (a) Permute a ordem das equações de forma a reforçar a dominância por linhas da diagonal.
- (b) Escreva o esquema iterativo de Gauss-Seidel para a resolução do sistema anterior.
- (c) Aproxime a solução deste sistema efectuando duas iterações do método de Gauss-Seidel.
- (d) Calcule o resíduo relativo em cada uma das iterações efectuadas.
- (e) Resolva computacionalmente este sistema através do método de Jacobi (use a função `gauss-seidel` da NLibforOctave), considerando o seguinte critério de paragem

$$\frac{\|b - Ax^{(k)}\|_2}{\|b\|_2} \leq 10^{-4}.$$

3. Considere o sistema de equações lineares $Ax = b$ com

$$A = \begin{bmatrix} 2.44 & 3.96 & 6.33 \\ 2.44 & 0.40 & 2.04 \\ 1.52 & 2.49 & 0.97 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad b = \begin{bmatrix} 1.2 \\ 10.0 \\ -1.0 \end{bmatrix}.$$

- (a) Resolva computacionalmente este sistema pelo método de Gauss-Seidel (use a função `[ ]=gauss_seidel( )` da NMLibforOctave), considerando como critério de convergência

$$\frac{\|b - Ax^{(k)}\|_2}{\|b\|_2} \leq 10^{-8}.$$

- (b) Permute a ordem das equações de forma a reforçar a dominância por linhas da diagonal.
(c) Resolva computacionalmente o sistema permutado pelo mesmo método.
(d) Comente os resultados obtidos.

4. Considere o sistema de equações lineares

$$\begin{bmatrix} 4 & -1 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Resolva computacionalmente este sistema pelos métodos de Jacobi, Gauss-Seidel e Gradiente Conjugado de maneira a que

$$\frac{\|b - Ax^{(k)}\|_2}{\|b\|_2} \leq 10^{-8}$$

e analise os resultados obtidos.