

2º Ano de Engenharias Civil e Engenharia Electrotécnica
Métodos Numéricos - 2º semestre 2009/2010
Ficha prática nº 2
Resolução de Sistemas de Equações Lineares por Métodos Directos
Docente: Carlos Balsa - Departamento de Matemática - ESTiG

1. Considere a seguinte matriz

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 5 & 8 \\ 2 & 1 & -1 & 7 \\ 1 & 3 & 10 & -3 \\ 1 & -9 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

- (a) Calcule $\|A\|_1$ e $\|A\|_\infty$;
- (b) Utilize o octave para obter uma estimativa no numero de condição desta matriz;
- (c) Em função do resultado obtido indique qual é o tipo de solução do sistema $Ax = b$;
- (d) Determine a matriz de permutação P , sabendo que

$$PA = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 5 & 8 \\ 1 & -9 & 3 & 1 \\ 1 & 3 & 10 & -3 \\ 2 & 1 & -1 & 7 \end{bmatrix}$$

- (e) Resolva computacionalmente através do Octave (utilize o comando `\`) o sistema $Ax = b$ em que $b = [12 \ -4 \ 11 \ 9]^T$;
- (f) Resolva computacionalmente através do Octave (utilize o comando `\`) o sistema $PAx = Pb$.

2. Considere o seguinte sistema de equações lineares

$$\begin{cases} 0.0406x_1 + 2.02x_2 + 1.27x_3 = -7.49 \\ -51.2x_1 + 0.0702x_2 - 17.9x_3 = 7.51 \\ 11.1x_1 - 15.7x_2 + 30.3x_3 = 12.8 \end{cases}$$

- (a) Efectue a factorização LU com pivotagem parcial da matriz dos coeficientes (arredonde os resultados dos seus cálculos a 4 dígitos significativos);
- (b) Utilize a factorização LU anteriormente obtida para resolver o sistema (arredonde os resultados dos seus cálculos a 4 dígitos significativos);
- (c) Resolva o sistema $Ax = b$ em que A é a matriz dos coeficientes do sistema anterior e $b = [3.33 \ -69.33 \ 25.7]^T$;
- (d) Calcule a norma-1 do resíduo associado às soluções obtidas nas alíneas anteriores.

- (e) Utilize a função `lu` do Octave para efectuar a factorização LU com pivotagem parcial desta matriz;
- (f) Utilize a factorização obtida na alínea anterior para resolver computacionalmente o sistema $Ax = b$;
- (g) Porque motivo os resultados obtidos computacionalmente não iguais aos resultados obtidos manualmente?

3. Considere a seguinte matriz

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 5 & 8 \\ 7 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 3 & 10 & -3 \\ 1 & -9 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

- (a) Utilize a função `lu` do Octave para efectuar a factorização LU com pivotagem parcial desta matriz;
- (b) Utilize a factorização obtida na alínea anterior para resolver computacionalmente o sistema $Ax = b$ em que $b = [44 \ 14 \ 36 \ 8]^T$;
- (c) Utilize a mesma factorização para resolver computacionalmente o sistema $Ax = b$ em que $b = [12 \ 8 \ 11 \ -4]^T$;

4. Considere a seguinte matriz

$$A = \begin{bmatrix} 20 & 5 & 6 & 9 \\ 5 & 18 & 2 & -8 \\ 6 & 2 & 14 & 0 \\ 9 & -8 & 0 & 22 \end{bmatrix}$$

- (a) Utilize a função `chol` do Octave para efectuar a factorização de Cholesky desta matriz;
- (b) utilize o resultado da alínea anterior para resolver computacionalmente o sistema $Ax = b$ em que $b = [1 \ 2 \ -2 \ 0]^T$;