

Licenciaturas em Engenharia Civil e Electrotécnica
Métodos Numéricos - 2009/2010
Exame Época Recurso - 14 de Junho 2010
Docente: Carlos Balsa - Departamento de Matemática - ESTiG

Instruções:

- A parte teórica é sem consulta bibliográfica.
- A parte prática é com consulta bibliográfica.
- Os cálculos deverão ser efectuados recorrendo apenas ao software Octave.
- Apresente os resultados dos cálculos com uma precisão de pelo menos 5 dígitos significativos.
- Os computadores não poderão ser ligados à *Internet*.

I - Parte teórica (Duração: 20 min, cotação: 4 valores).

1. Qual o significado da precisão máquina?
2. Indique um majorante para o erro absoluto associado a um número x correctamente arredondado a m posições decimais.
3. Descreva a resolução de um sistema $Ax = b$ por factorização LU com pivotagem parcial.
4. Porque razão só é possível integrar numericamente uma função pelo método de Simpson quando o número de subintervalos é par?

II - Parte prática (duração: 2h00, cotação: 16 valores). Responda a cada um dos grupos em folhas separadas.

1. Considera a função $f(x) = 3xe^x - 2e^x$.
 - (a) Determine o polinómio que interpola $f(x)$ a partir dos pontos $x_1 = 1$, $x_2 = 1.05$ e $x_3 = 1.07$ (utilize um método da sua escolha e apresente todos os cálculos efectuados).
 - (b) Aproxime o valor de $f(1.03)$ através do polinómio interpolador definido na alínea anterior.
2. Considere a função $f(x) = \frac{\ln(x)}{e^{-x^2}}$
 - (a) Aproxime numericamente a segunda derivada de $f(x)$ em $x = 1.3$, usando $h = 0.1$
 - (b) Aproxime o valor de

$$I = \int_1^{1.6} f(x)$$

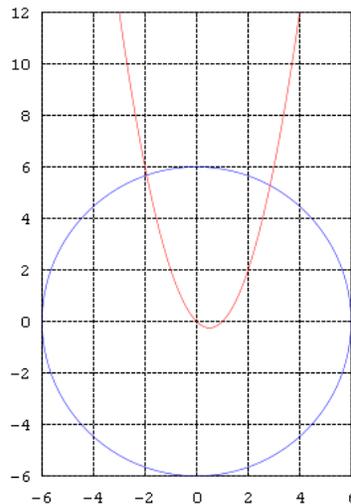
pelo método de Simpson, considerando um número de subintervalos $n = 6$ (apresente todos os cálculos efectuados).

- (c) Estime o mesmo integral da alínea anterior, supondo que existe um número n de subintervalos, todos de amplitude $h = 0.05$ (utilize a função `inte_simpson` da NMLibforOctave, descrevendo todos os inputs e outputs).
- (d) Qual dos resultados obtidos nas duas alíneas anteriores é mais exacto (justifique a sua resposta).

3. Considere o sistema de equações não-lineares

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 36 = 0 \\ x^2 - x - y = 0 \end{cases}$$

Este sistema tem duas soluções tal como se pode observar no seguinte gráfico



- (a) Aproxima a solução que se encontra mais à direita no gráfico através de duas iterações do método de Newton, partindo de $x_0 = [2 \ 6]^T$.
- (b) Calcule aproximações para os erros absoluto e relativo e para o resíduo correspondentes à solução obtida (utilize a norma que quiser).
- (c) Aproxime a solução que se encontra mais à esquerda no gráfico com um erro inferior a 10^{-8} (utilize a função `nle_newtsys` da NMLibforOctave, descrevendo todos os inputs e outputs).
4. Considere o problema de valor inicial $y' = (1 + 2t)\sqrt{y}$ para $t \geq 0$ com $y(0) = 1$,
- (a) Aproxime o valor de $y(0.1)$ através do método de Euler modificado (apresente todos os cálculos efectuados para obter a solução).
- (b) Aproxime o valor de $y(t)$ para valores de t compreendidos entre 0 e 0.6, utilizando o método de Euler modificado com um passo de tempo $h = 0.1$ (utilize a função `ode_meuler` da NMLibforOctave).
- (c) Qual o valor aproximado de $y(0.3)$, obtido na alínea anterior?