

ANÁLISE MATEMÁTICA IV - 2004/2005

FOLHA PRÁTICA 0 - PRÉ-REQUISITOS

1. Considere os vectores $\mathbf{a} = [1, 2, 3]$, $\mathbf{b} = [2, 0, -5]$ e $\mathbf{c} = [4, -2, 1]$. Calcule:
 - (a) $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$, $\mathbf{b} \cdot \mathbf{a}$;
 - (b) $\mathbf{a} \cdot (2\mathbf{b} + 3\mathbf{c})$, $2\mathbf{a} \cdot \mathbf{c} + 3\mathbf{a} \cdot \mathbf{c}$;
 - (c) $\|\mathbf{a}\| + \|\mathbf{b}\|$, $\|\mathbf{a} + \mathbf{b}\|$;
 - (d) $(\mathbf{a} - \mathbf{b}) \cdot \mathbf{b}$, $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} - \mathbf{b} \cdot \mathbf{b}$.
2. Para $\mathbf{a} \neq \mathbf{0}$, o que implica a igualdade $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = \mathbf{a} \cdot \mathbf{c}$?
3. Sejam $\mathbf{a} = [1, 1, 0]$, $\mathbf{b} = [3, 2, 1]$ e $\mathbf{c} = [1, 0, 2]$. Calcule o ângulo entre os vectores:
 - (a) \mathbf{a} , \mathbf{b} .
 - (b) \mathbf{a} , $\mathbf{b} + \mathbf{c}$.
 - (c) $\mathbf{b} - \mathbf{a}$, $\mathbf{c} - \mathbf{a}$.
4. Determine o ângulo entre:
 - (a) as rectas $r : x - y = 1$, $s : x - 2y = -1$.
 - (b) as rectas $r : 3x + 5y = 0$, $s : 4x - 2y = 1$.
 - (c) os planos $\pi_1 : x + y + z = 1$, $\pi_2 : x + 2y + 3z = 6$.
 - (d) os planos $\pi_1 : x - y = 0$, $\pi_2 : x - z = 1$.
5. Calcule os ângulos internos do triângulo de vértices $A = (0, 0, 0)$, $B = (4, 2, 1)$, $C = (1, 2, 4)$.
6. Suponha-se que um corpo se desloca, em linha recta, de um ponto A para um ponto B sob a acção de uma força \mathbf{F} . Calcule o trabalho W realizado por \mathbf{F} nos seguintes casos:
 - (a) $\mathbf{F} = [2, 6, 6]$, $A = (3, 4, 0)$, $B = (5, 8, 0)$.
 - (b) $\mathbf{F} = [3, 2, 0]$, $A = (1, 5, 0)$, $B = (7, -4, 0)$.
 - (c) $\mathbf{F} = [5, 3, 8]$, $A = (2, 9, 6)$, $B = (0, 1, 0)$.
7. Determine a componente do vector \mathbf{a} segundo a direcção do vector \mathbf{b} para:
 - (a) $\mathbf{a} = [3, 5, 1]$, $\mathbf{b} = [1, 0, 0]$.
 - (b) $\mathbf{a} = [4, 0, -3]$, $\mathbf{b} = [1, 1, 1]$.
 - (c) $\mathbf{a} = [3, -4, 7]$, $\mathbf{b} = [2, 5, 2]$.
 - (d) $\mathbf{a} = [-2, 3, -1]$, $\mathbf{b} = [4, -2, 0]$.
8. Determine a projecção ortogonal do vector \mathbf{a} no vector \mathbf{b} .
 - (a) $\mathbf{a} = -\mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k}$, $\mathbf{b} = 2\mathbf{i} + \mathbf{j} - 3\mathbf{k}$.
 - (b) $\mathbf{a} = 2\mathbf{i} + \mathbf{j} - 3\mathbf{k}$, $\mathbf{b} = -\mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k}$.
9. Determine a recta que passa no ponto $A = (3, 1, -2)$ e intersecta ortogonalmente a recta
$$r : x = -1 + t, y = -2 + t, z = -1 + t, t \in \mathbb{R}.$$
10. Uma força, \mathbf{F} , de 6 N (Newtons) faz um ângulo de $\pi/4$ radianos, para a direita, com o eixo Oy . A força actua contra o movimento de um objecto que se desloca em linha recta do ponto $A = (1, 2)$ para o ponto $B = (5, 4)$.
 - (a) Calcule \mathbf{F} .
 - (b) Determine o ângulo que o vector \mathbf{F} faz com a direcção dada pelo vector que une A a B .
 - (c) Calcule o trabalho realizado pela força no deslocamento do objecto de A para B .

FIM