

ANÁLISE MATEMÁTICA III - 2005/2006

FOLHA PRÁTICA 0 - PRÉ-REQUISITOS

1. Determinar as primitivas das seguintes funções.

a. $f(x) = x(x+a)(x+b)$

b. $f(x) = \frac{1}{x^2+7}$

c. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2+4}}$

d. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{8-x^2}}$

e. $f(x) = \frac{2x+3}{2x+1}$

f. $f(x) = \frac{\sqrt{2+x^2} - \sqrt{2-x^2}}{\sqrt{4-x^4}}$

g. $f(x) = \frac{1-3x}{3+2x}$

h. $f(x) = \frac{x^2+1}{x-1}$

i. $f(x) = \frac{1+\sin 3x}{\cos^2 3x}$

j. $f(x) = xe^{-x^2}$

k. $f(x) = \frac{1-\sin x}{x+\cos x}$

l. $f(x) = \frac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x}$

2. Determinar as primitivas das funções seguintes usando as substituições indicadas.

a. $f(x) = \frac{1}{x\sqrt{x^2-2}}, \quad x = t^{-1}$

b. $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x+1}}, \quad t = \sqrt{x+1}$

c. $f(x) = \frac{1}{e^x+1}, \quad x = -\ln t$

d. $f(x) = \frac{\cos x}{\sqrt{1+\sin^2 x}}, \quad t = \sin x$

e. $f(x) = \sqrt{a^2+x^2}, \quad x = a \sinh t$

f. $f(x) = \frac{x^2}{\sqrt{x^2-a^2}}, \quad x = a \cosh t$

3. Calcule as primitivas das funções seguintes usando as substituições mais adequadas.

a. $f(x) = \frac{1+x}{1+\sqrt{x}}$

b. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{e^x-1}}$

c. $f(x) = \frac{e^{2x}}{\sqrt{e^x+1}}$

d. $f(x) = \frac{\ln 2x}{x \ln 4x}$

e. $f(x) = \frac{(\arcsin x)^2}{\sqrt{1-x^2}}$

f. $f(x) = \frac{\sin^3 x}{\sqrt{\cos x}}$

4. Calcule as primitivas das funções seguintes usando substituições trigonométricas.

a. $f(x) = \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}}$

b. $f(x) = \frac{\sqrt{x^2-a^2}}{x}$

c. $f(x) = \frac{x^3}{\sqrt{2-x^2}}$

d. $f(x) = \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$

e. $f(x) = \frac{1}{x^2\sqrt{4-x^2}}$

f. $f(x) = \frac{\sqrt{x^2+1}}{x}$

5. Use a fórmula de integração por partes para determinar as primitivas das seguintes funções.

a. $f(x) = \ln x$

b. $f(x) = \arctan x$

c. $f(x) = \arcsin x$

d. $f(x) = x \sin x$

e. $f(x) = x2^{-x}$

f. $f(x) = xe^{-x}$

g. $f(x) = x^2 \ln x$

h. $f(x) = x(\sin x)^{-2}$

i. $f(x) = x \cos x (\sin x)^{-2}$

j. $f(x) = 3^x \cos x$

k. $f(x) = \sin(\ln x)$

l. $f(x) = \ln(x + \sqrt{1+x^2})$

6. Determinar as derivadas parciais das seguintes funções.

a. $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3axy$ b. $f(x, y) = \sqrt{x^2 - y^2}$

c. $f(x, y) = \ln \left(x + \sqrt{x^2 + y^2} \right)$

d. $f(x, y) = \ln \sin \frac{x+a}{\sqrt{y}}$ e. $f(x, y, z) = z^{xy}$

f. $f(x, y) = \arcsin \sqrt{\frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}}$

7. Verifique as igualdades seguintes.

a. $x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = 2$, onde $z = \ln(x^2 + xy + y^2)$

b. $x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = x + y + z$, onde $z = xy + xe^{y/x}$

c. $u_x + u_y + u_z = 0$, onde $u = (x - y)(y - z)(z - x)$

d. $u_x + u_y + u_z = 1$, onde $u = x + \frac{x - y}{y - z}$

8. Determine uma função $z = z(x, y)$ tal que

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{x}{x^2 + y^2}$$

A solução é única? Comente.

9. Determine uma função $z = z(x, y)$ tal que

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{x^2 + y^2}{x} \text{ e } z(x, y) = \sin y, \text{ quando } x = 1.$$

10. Determine os valores próprios e vectores próprios das seguintes matrizes.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 5 & -1 \\ 0 & -2 & 1 \\ -4 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 2 \\ 3 & 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 7 & 5 & -1 \\ 0 & -2 & 1 \\ 20 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$E = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 3 & 20 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$F = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$

FIM