

Tabela de Primitivas

$$\int adx = ax + C$$

$$\int u' u^n dx = \frac{u^{n+1}}{n+1} + C, \text{ com } n \neq -1$$

$$\int \frac{u'}{u} dx = \ln|u| + C$$

$$\int u' e^u dx = e^u + C$$

$$\int u' a^u dx = \frac{a^u}{\ln a} + C, \text{ com } a > 0 \text{ e } a \neq 1$$

$$\int u' \operatorname{sen}(u) dx = -\cos(u) + C$$

$$\int u' \cos(u) dx = \operatorname{sen}(u) + C$$

$$\int u' \operatorname{tg}(u) dx = \ln|\sec(u)| + C = -\ln|\cos(u)| + C,$$

$$\int u' \operatorname{cotg}(u) dx = \ln|\operatorname{sen}(u)| + C$$

$$\int u' \sec(u) dx = \ln|\sec(u) + \operatorname{tg}(u)| + C$$

$$\int u' \operatorname{cosec}(u) dx = \ln|\operatorname{cosec}(u) - \operatorname{cotg}(u)| + C$$

$$\int u' \sec^2(u) dx = \operatorname{tg}(u) + C$$

$$\int u' \operatorname{cosec}^2(u) dx = -\operatorname{cotg}(u) + C$$

$$\int u' \sec(u) \operatorname{tg}(u) dx = \sec(u) + C$$

$$\int u' \operatorname{cosec}(u) \operatorname{cotg}(u) dx = -\operatorname{cosec}(u) + C$$

$$\int \frac{u'}{1+u^2} dx = \operatorname{arctg}(u) + C = -\operatorname{arccotg}(u) + C$$

$$\int \frac{u'}{\sqrt{1-u^2}} dx = \operatorname{arcsen}(u) + C = -\operatorname{arccos}(u) + C$$

$$\int \frac{u'}{|u|\sqrt{u^2-1}} dx = \operatorname{arcsec}(u) + C = -\operatorname{arccosec}(u) + C$$

(onde C é uma constante e u é uma função de x .)

Primitivação por partes

$$\int f'(x)g(x)dx = f(x)g(x) - \int f(x)g'(x)dx$$

Fórmula de recorrência

$$\int \frac{1}{(1+x^2)^n} dx = \frac{1}{(2n-2)} \frac{x}{(1+x^2)^{n-1}} + \frac{2n-3}{2n-2} \int \frac{1}{(1+x^2)^{n-1}} dx, \text{ se } n \neq 1$$

Primitivação de potências de funções trigonométricas

1. Potências ímpares de $\text{sen}(x)$ ou $\cos(x)$

Destaca-se uma unidade à potência ímpar e o factor resultante passa-se para a co-função através da fórmula fundamental da trigonometria.

2. Potências pares de $\text{sen}(x)$ ou $\cos(x)$

Passa-se para o arco duplo (*) ou (**).

3. Potências pares e ímpares de $\text{tg}(x)$ ou $\text{cotg}(x)$

Destaca-se $\text{tg}^2(x)$ ou $\text{cotg}^2(x)$ e aplica-se uma das fórmulas:

$$\text{tg}^2(x) = \sec^2(x) - 1, \quad \text{cotg}^2(x) = \text{cosec}^2(x) - 1$$

4. Potências pares de $\sec(x)$ ou $\text{cosec}(x)$

Destaca-se $\sec^2(x)$ ou $\text{cosec}^2(x)$ e ao factor resultante aplica-se uma das fórmulas trigonométricas.

5. Potências ímpares de $\sec(x)$ ou $\text{cosec}(x)$

Destaca-se $\sec^2(x)$ ou $\text{cosec}^2(x)$ e primitiva-se por partes começando por esse factor.

Tipo de função	Substituição
1. $\frac{x^{k-1}}{x^{2k} \pm a^2}$	$x^k = at$, onde $k \in \mathbb{Q}$, $k > 1$
2. $R(a^{rx}, a^{sx}, \dots)$	$a^{mx} = t$, onde $m = \text{mdc}(r, s, \dots)$
3. $R(\cos(x), \text{sen}(x))$	$u = \text{tg}\left(\frac{x}{2}\right)$ (onde $\text{sen}(x) = \frac{2u}{1+u^2}$, $\cos(x) = \frac{1-u^2}{1+u^2}$ e $dx = \frac{2}{1+u^2} du$)
4. $R\left(x, \sqrt{a^2 - u^2}\right)$	$u = a \text{sen}(t)$ ou $u = a \cos(t)$, onde $a > 0$ e u é função de x
5. $R\left(x, \sqrt{u^2 - a^2}\right)$	$u = a \sec(t)$, onde $a > 0$ e u é função de x
6. $R\left(x, \sqrt{a^2 + u^2}\right)$	$u = a \text{tg}(t)$, onde $a > 0$ e u é função de x

Fórmulas Trigonométricas

Fórmulas de Adição

$$\operatorname{sen}(\alpha \pm \beta) = \operatorname{sen}(\alpha) \cos(\beta) \pm \cos(\alpha) \operatorname{sen}(\beta)$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos(\alpha) \cos(\beta) \mp \operatorname{sen}(\alpha) \operatorname{sen}(\beta)$$

Fórmulas de produto

$$\operatorname{sen}(\alpha) \operatorname{sen}(\beta) = \frac{1}{2} \{ \cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta) \}$$

$$\cos(\alpha) \cos(\beta) = \frac{1}{2} \{ \cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta) \}$$

$$\operatorname{sen}(\alpha) \cos(\beta) = \frac{1}{2} \{ \operatorname{sen}(\alpha - \beta) + \operatorname{sen}(\alpha + \beta) \}$$

$$\operatorname{sen}^2(\alpha) = \frac{1 - \cos(2\alpha)}{2} \quad (*)$$

$$\cos^2(\alpha) = \frac{1 + \cos(2\alpha)}{2} \quad (**)$$

Fórmulas da soma

$$\operatorname{sen}(\alpha) + \operatorname{sen}(\beta) = 2 \operatorname{sen}\left(\frac{1}{2}(\alpha + \beta)\right) \cos\left(\frac{1}{2}(\alpha - \beta)\right)$$

$$\operatorname{sen}(\alpha) - \operatorname{sen}(\beta) = 2 \cos\left(\frac{1}{2}(\alpha + \beta)\right) \operatorname{sen}\left(\frac{1}{2}(\alpha - \beta)\right)$$

$$\cos(\alpha) + \cos(\beta) = 2 \cos\left(\frac{1}{2}(\alpha + \beta)\right) \cos\left(\frac{1}{2}(\alpha - \beta)\right)$$

$$\cos(\alpha) - \cos(\beta) = 2 \operatorname{sen}\left(\frac{1}{2}(\alpha + \beta)\right) \operatorname{sen}\left(\frac{1}{2}(\beta - \alpha)\right)$$