



Escola Superior de Tecnologia e de Gestão de Bragança

Departamento de Matemática

Análise Matemática I 2005/2006

Cursos: CA, GE

---

## 1º Teste - 7/12/2005

Duração: 1h 30 min

Com Consulta de Formulário

---

Resolva os 2 grupos em folhas ou conjuntos de folhas SEPARADOS.

Apresente todos os cálculos necessários, e, dê boa apresentação à prova.

---

### Grupo I

Cotação do grupo por questão/alínea: 1; 1.5; 2; 1.5; 2; 1; 1, 1, 1 valores

1. Resolva e indique o conjunto solução da equação  $2x^2 - 2x = 4$ .
2. Seja  $g(x) = \ln\left(\frac{x+1}{2-x} - 1\right)$ . Determine o domínio de  $g$ .
3. Seja  $f(x) = \sqrt{x}$  e  $g(x) = 2x^2 - 2x - 4$ . Caracterize a função  $(f \circ g)$  (indicando a expressão analítica, o domínio e a imagem de  $f \circ g$ ).
4. Calcule  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 - 2x^2 - x + 2}{1 - 2x^2}$
5. Seja  $f$  uma função cujo gráfico está representado, parcialmente, na figura em baixo. Das figuras (A), (B), (C) e (D), indique qual a que pode representar, parcialmente, o gráfico de  $f^{-1}$ . Justifique, sucintamente, a sua opção.

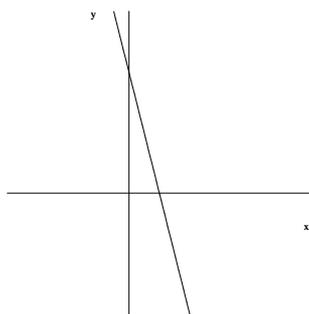
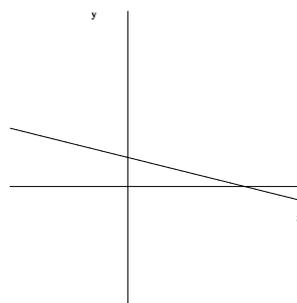
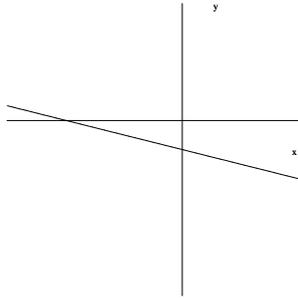


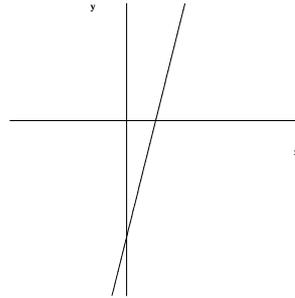
Gráfico de  $f$



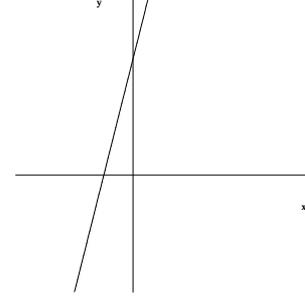
(A)



(B)

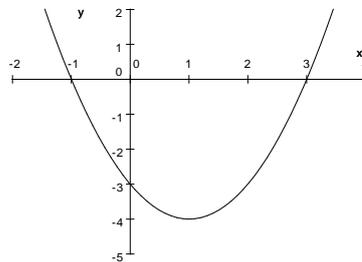


(C)



(D)

6. Seja  $f$  uma função cujo gráfico está representado, parcialmente, na figura seguinte.



- Com base na figura, determine a expressão analítica que define a função.
- Indique a imagem (ou o contradomínio) de  $f$ .
- Analise  $f$  quanto à injectividade.

### Grupo II

Cotação do grupo por questão/alínea: 1, 2.5, 2.5, 2; 2 valores

7. Seja  $f$  definida por

$$f(x) = \begin{cases} 3x^2 - 1 & \text{se } x > 1 \\ 1 + \ln(2 - x) & \text{se } x \leq 1 \end{cases}$$

- Calcule  $f(1)$  e  $f(2)$ .
  - Analise  $f$  quanto à continuidade (em todo o seu domínio).
  - Determine  $\frac{df}{dx}(x)$ , justificando convenientemente a existência, ou não, de  $f'(1)$ .
  - Determine a equação da recta tangente ao gráfico da função  $f$  no ponto de abcissa  $x = 2$ .
8. Segundo o Teorema dos Valores Intermédios: "Se  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  é uma função contínua, e se  $d$  é uma constante que está entre  $f(a)$  e  $f(b)$ , então existe uma abcissa  $c \in ]a, b[$  tal que  $f(c) = d$ ."
- Seja  $h(x) = e^{3x-2} + x$ , mostre que a equação  $h(x) = 2$  tem pelo menos uma solução.