Instituto Politécnico de Bragança
Escola Superior de Tecnologia e Gestão

Análise Matemática I – 2003/04

Soluções da Ficha Prática nº4

1. **a)** Falsa. Por exemplo, $f(x) = \ln(x)$ é uma função contínua e o seu domínio é $IR^+ \neq IR$.

b) Falsa. Por exemplo, a função $f(x) = \begin{cases} 1, & se \;\; x \geq 0 \\ -1, & se \;\; x < 0 \end{cases}$ tem domínio IR e não é contínua pois não é contínua em $x = 0$

$\left(x = 0 \in D_f \;\; e \;\; \lim_{x \to 0^+} f(x) = 1 \neq -1 = \lim_{x \to 0^-} f(x) \right)$.

c) Falsa. Por exemplo, a função $f(x) = \dfrac{x^2+1}{x-1}$ tem domínio $IR \setminus \{1\}$ e é uma função contínua no seu domínio, pois é o quociente de funções contínuas (funções polinomiais).

d) Falsa. Por exemplo, a função $f(x) = sen(x)$ é uma função contínua em IR e não é uma função injectiva.

e) Falsa. Por exemplo, a função $f(x) = \begin{cases} x+1, & se \;\; x \geq 2 \\ x-1, & se \;\; x < 2 \end{cases}$ é uma função injectiva e não é uma função contínua (não é contínua em $x = 2$) pois

$\left(x = 2 \in D_f \;\; e \;\; \lim_{x \to 2^+} f(x) = 3 \neq 1 = \lim_{x \to 2^-} f(x) \right)$.

2. a;

3. b e d;

4. **a)** A função é contínua em $x = 0$;

b) A função é contínua em $x = -1$;

5. a;

6. $p = -\dfrac{8}{3}$

7. c;

8. a (usando o teorema de Weierstrass);

9. a;

10. A função não é contínua em $x = 0$, mas é contínua à direita deste ponto;

12. c (usando o teorema de Bolzano);

13. c;

14. Porque a função não é contínua no intervalo $[0,2]$;

16. **a)** k = -1;

b) Basta aplicar o teorema de Bolzano a f no intervalo $[-2,-1]$.

17. **a)** Falsa. Por exemplo, consideremos a função $f : \left]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right[\to IR$ definida por $f(x) = tg(x)$. Então *f* é uma função contínua neste intervalo (função trigonométrica) e não é limitada pois toma valores desde $-\infty \quad a \quad +\infty \left(\forall x \in \left]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right[: |tg(x)| > L \quad \forall L > 0 \right)$.

b) Verdadeira. Se $f : I \to IR$ é contínua e *I* é um intervalo fechado então, pelo Teorema de Weierstrass, sabemos que f atinge o valor máximo e mínimo neste intervalo. Logo, *f* é limitada, isto é, $\exists L > 0 : |f(x)| \le L \quad \forall x \in I$.