Instituto Politécnico de Bragança
Escola Superior de Tecnologia e Gestão

Análise Matemática I – 2003/04

Ficha Prática nº 2 – Parte II.

Operações com funções. Composição de funções. Função Inversa.

1) O gráfico de $y = f(x+1)$ pode ser obtido a partir do gráfico de $y = f(x)$ por meio de uma translação de uma unidade

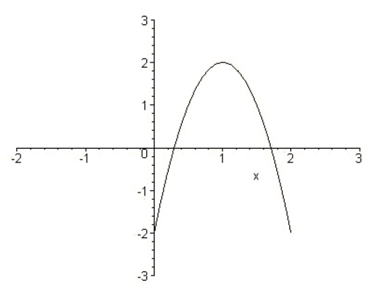
a) para a direita.

b) para cima.

c) para a esquerda.

d) na direcção da recta $y = x+1$.

2) O gráfico de uma função *f* com domínio [0;2] é dado por:



Esboce o gráfico de:

a) $y = f(x-2)$

b) $y = f(x+2)$

c) $y = f(x)-2$

d) $y = f(x)+1$

e) $y = -1/2\, f(x)$

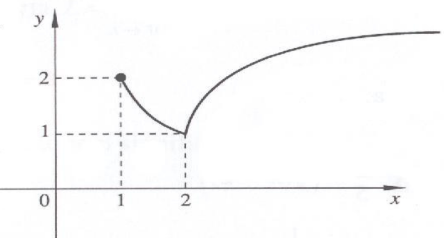
f) $y = -2f(x)$

g) $y = f(x+1)-2$

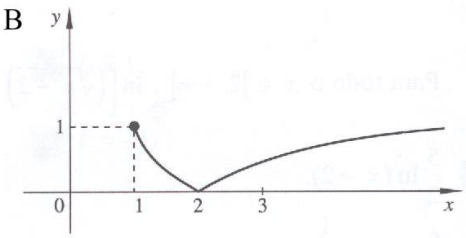
h) $y = f(x-1)+2$

3) Uma representação gráfica da função definida por $t(x) = \left| -1 + \sqrt{x-1} \right|$ é:

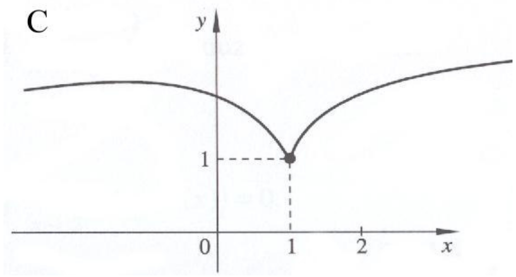
A



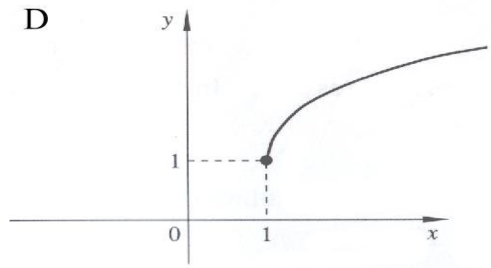
B



C



D



4) A figura 5.1 representa o gráfico de uma função $f : IR \rightarrow IR$.

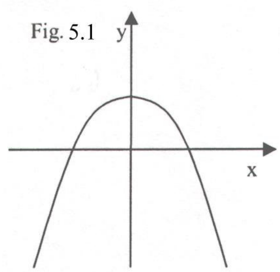


Fig. 5.1

a) Qual dos gráficos seguintes poderá ser o de $|f|$?

b) E o de $g(x) = \begin{cases} |f| & se\ f(x) \geq 0 \\ 0 & se\ f(x) < 0 \end{cases}$

c) E o de $h(x) = \begin{cases} |f| & se\ f(x) \leq 0 \\ 0 & se\ f(x) > 0 \end{cases}$

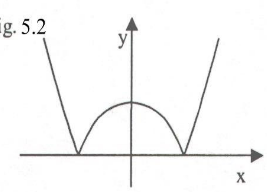


Fig. 5.2

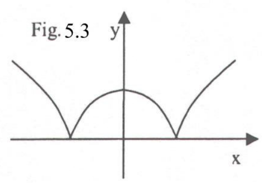


Fig. 5.3

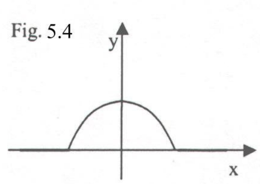


Fig. 5.4

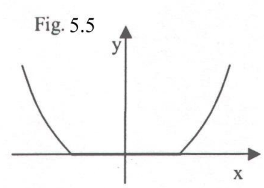
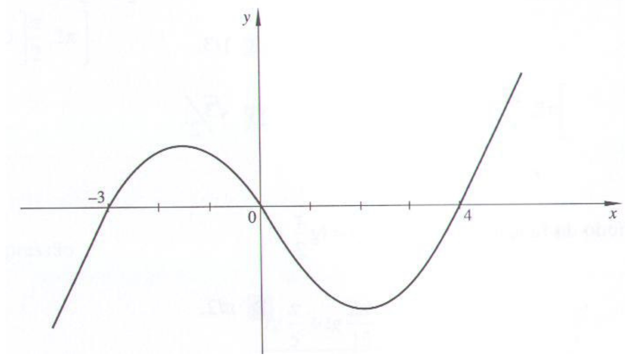
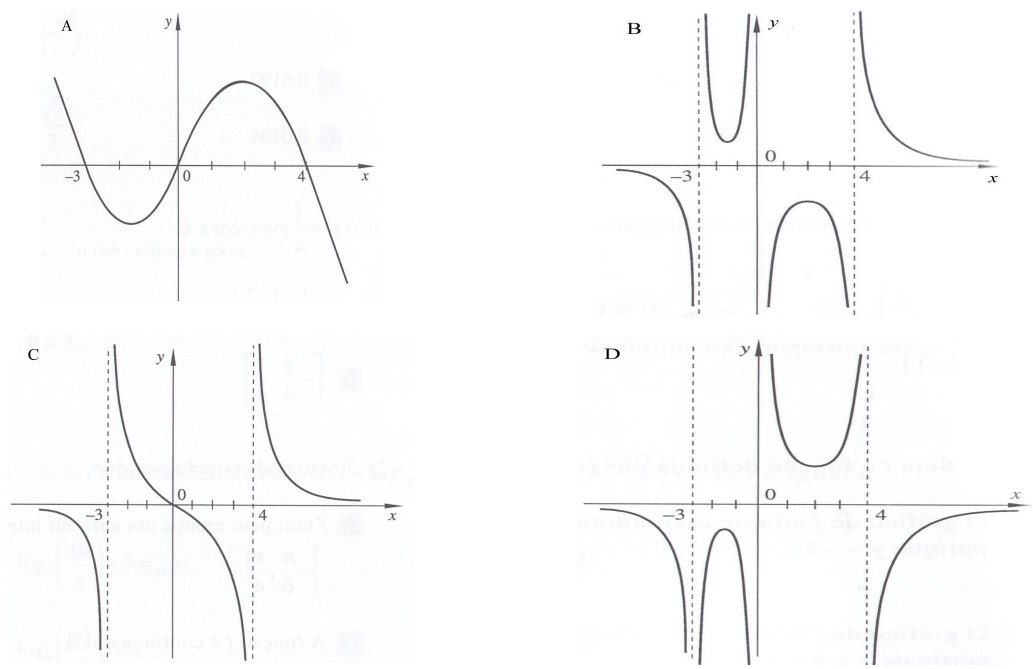


Fig. 5.5

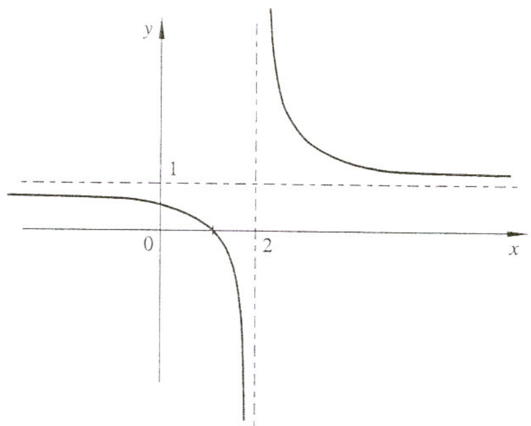
5) A figura seguinte representa o gráfico da função g.



Então o gráfico da função definida por $\dfrac{1}{g(\,x\,)}$ poderá ser:

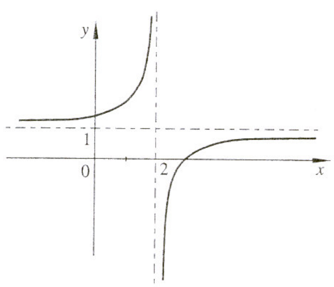


6) Seja *f(x)* a função cuja representação gráfica é a indicada na figura.

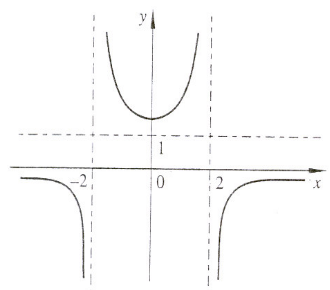


Indique qual a representação gráfica da função definida por $h(x) = -f\left(|x|\right)$.

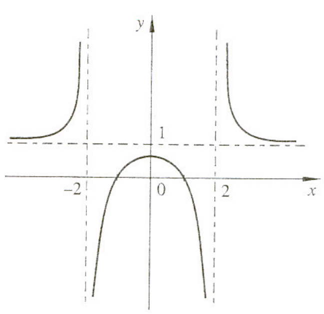
A)



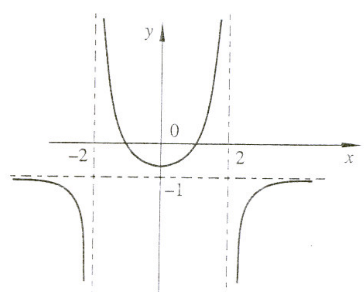
B)



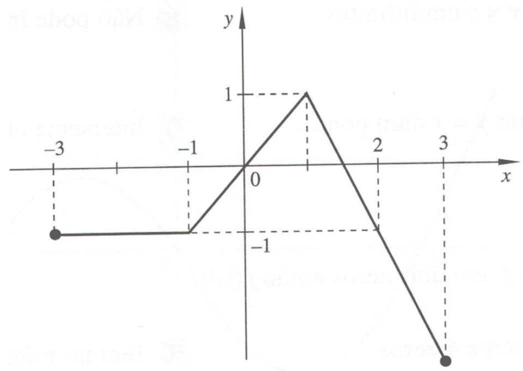
C)



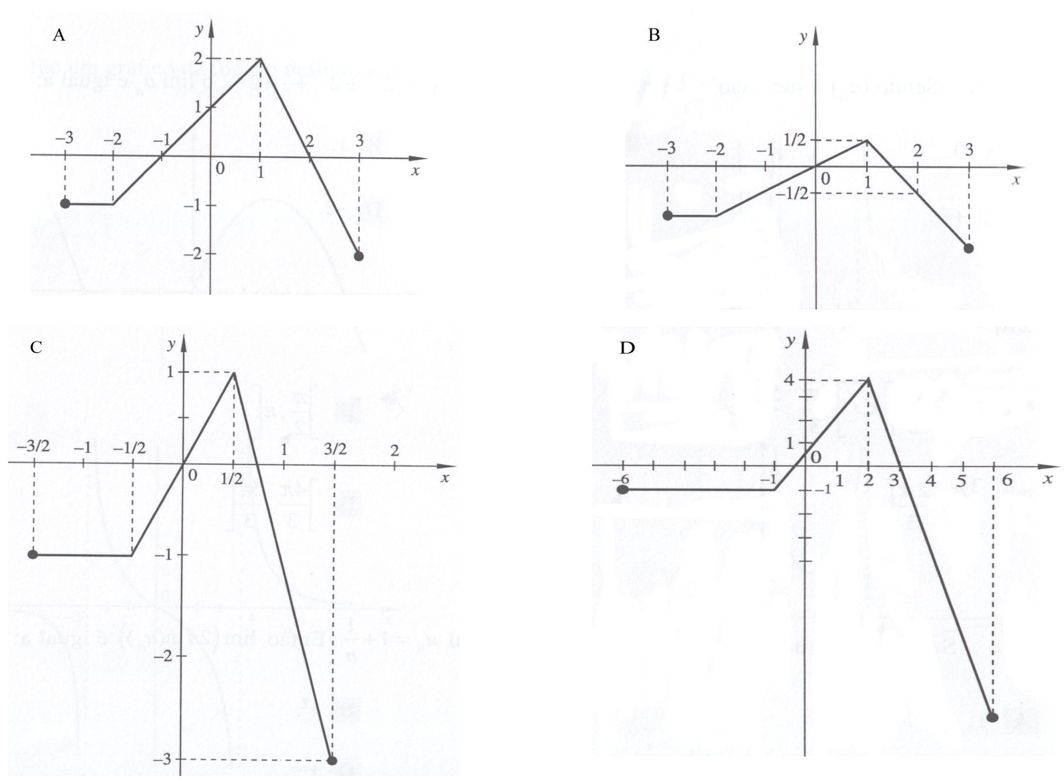
D)



7) A figura representa o gráfico da função g.



Qual dos seguintes poderá representar o gráfico da função definida por $h(x) = g(2x)$?



8) Se uma função f tem dois zeros então $f(|x|)$:

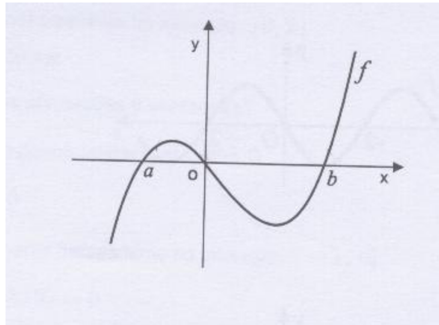
a) Tem obrigatoriamente 4 zeros.

b) Tem no mínimo 3 zeros.

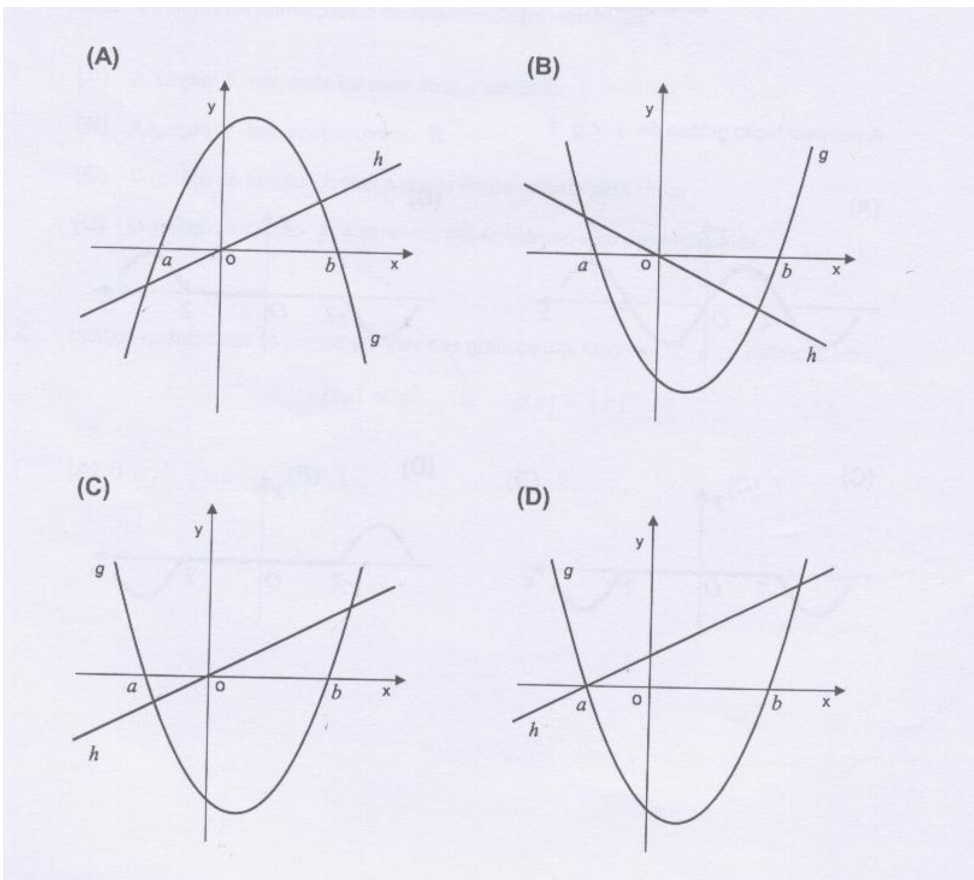
c) Pode ter ou não zeros.

d) Tem obrigatoriamente 2 zeros.

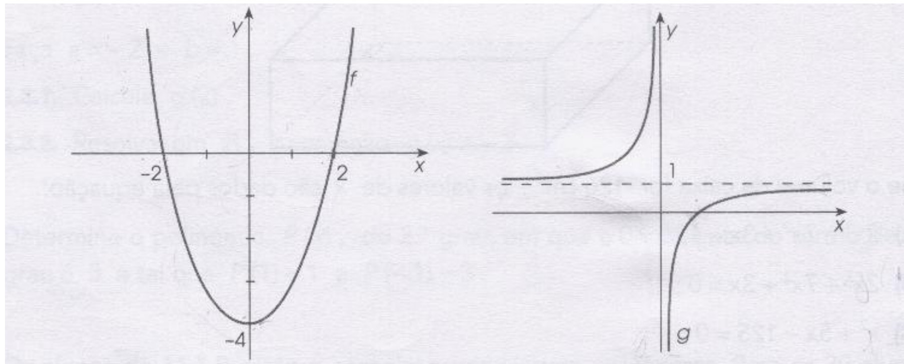
9) Na figura está representada parte do gráfico de uma função *f*, de domínio $\Re$:



Em qual das figuras seguintes poderá estar representada parte dos gráficos de duas funções, *g* e *h*, de domínio $\Re$, tais que $f = g \times h$?



10) Os gráficos seguintes representam as funções *f* e *g*, reais de variáveis reais.



a) Determine:

a.1) $(g - f)(2)$ a.2) $(f \circ g)(1)$

b) Represente graficamente as funções $|f(x)|$ e $g(|x|)$.

c) Resolva as condições:

c.1) $\dfrac{f(x)}{g(x)} < 0$ c.2) $g(x) \geq 0$

d) Tendo em atenção o gráfico da função $y = x^2$, escreva a expressão analítica da função f, explicando o seu raciocínio.

11) Dadas as funções, reais de variável real, $f(x) = \sqrt{x-4}$ e $g(x) = \dfrac{1}{2x} + 1$. Calcule:

a) O domínio de $(f \circ g)(x)$.

b) $(f \circ g)(x)$.

12) Dadas as funções reais de variável real, $g(x) = 4 - 3x$ e $f(x) = \sqrt{\dfrac{1}{x}}$, obtenha, se possível, as funções compostas $(f \circ g)(x) = f(g(x))$ e $(g \circ f)(x) = g(f(x))$.

13) Sendo $f(x) = \begin{cases} 5x, & x \leq 0 \\ -x, & 0 < x \leq 8 \\ \sqrt{x}, & x > 8 \end{cases}$ e $g(x) = x^3$, calcule $(f \circ g)(x)$.

14) As figuras abaixo, representam parte dos gráficos das funções $f, g: \quad IR \quad \to \quad IR$.

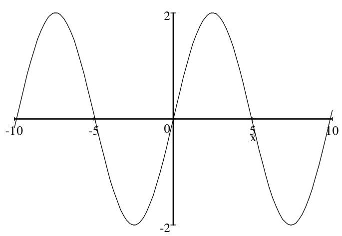


Gráfico de f

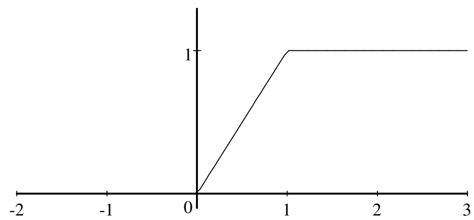
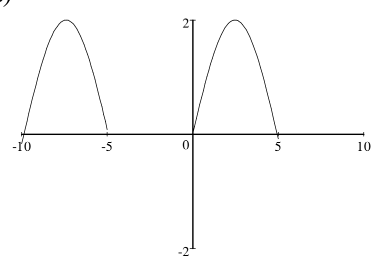


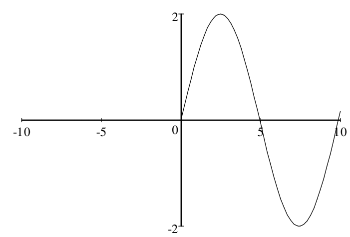
Gráfico de g

Qual das figuras abaixo pode representar parte do gráfico da função composta $g \circ f$? E de $f \circ g$?

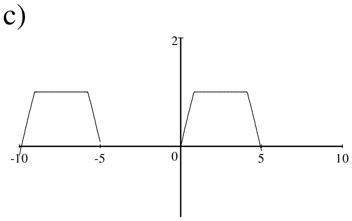
a)



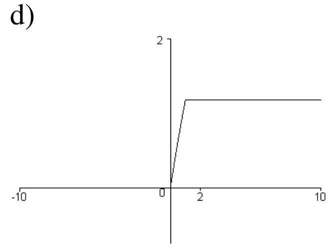
b)



c)



d)



15) Seja $p(x)$ um polinómio de grau 3 e $q(x)$ um polinómio de grau 4. Então $p \circ q$ tem grau:

a) igual a 4.

b) igual a 12.

c) igual a 7.

d) superior a 21.

16) Seja $f(x) = 2x^2 - 1$ e $g(x) = 4x^3 - 3x$. Mostre que $(f \circ g)(x) = (g \circ f)(x)$. É comum que esta propriedade (comutativa) seja verificada?

17) Seja $g(x) = x^2$. Encontre todos os polinómios de primeiro grau, $f(x) = ax + b \quad (a \neq 0)$, tal que $(f \circ g)(x) = (g \circ f)(x)$.

18) Seja *f* uma função definida por $f(x) = 4x - 1$. Então f^{-1} pode ser definida por:

a) $f^{-1}(x) = \dfrac{1-x}{4}$

b) $f^{-1}(x) = (4x-1)^{-1}$

c) $f^{-1}(x) = \dfrac{x+1}{4}$

d) nenhuma das opções.

19) Considere a função real de variável real $f(x) = \sqrt{x+3} + 5$.

a) Indique o seu domínio e contradomínio.

b) Determine e caracterize a sua função inversa, caso exista.

c) Determine o conjunto $S = \{x \in \mathrm{R} : f(x) = 4\}$.

20) Considere as funções: $f(x) = \sqrt{x}$ e $g(x) = \dfrac{x+5}{x-1}$.

a) Caracterize f^{-1} e g^{-1}.

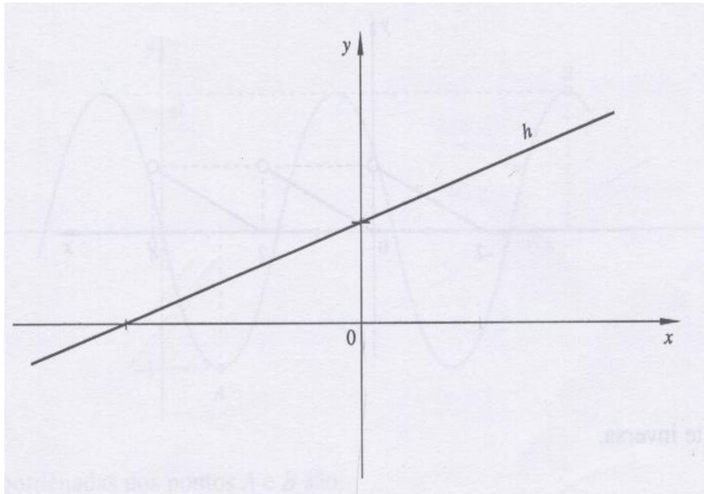
b) Caracterize $(f \circ g)^{-1}$ e $g^{-1} \circ f^{-1}$. O que se conclui?

21) Considere a função real de variável real definida por $f(x) = x^2 \operatorname{sgn}(x)$, *sgn* denota a função sinal definida por $f(x) = \begin{cases} 1 & , x > 0 \\ 0 & , x = 0 \\ -1 & , x < 0 \end{cases}$.

a) Mostre que a função é invertível e escreva a sua função inversa.

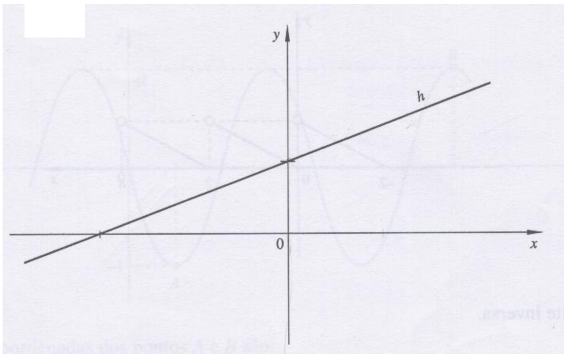
b) Esboce, numa única figura, o gráfico de *f* e de f^{-1}. O que se pode concluir?

22) Sendo *h* uma função cuja representação gráfica é:

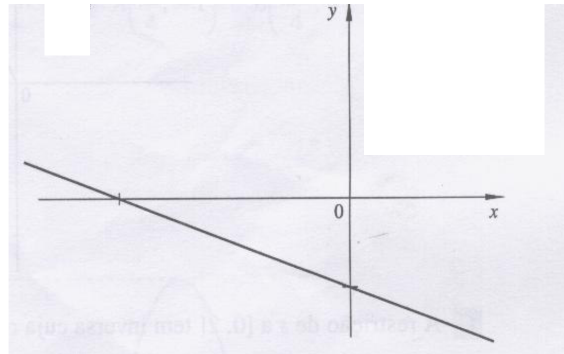

y
h
0
x

Então o gráfico de h^{-1} será:

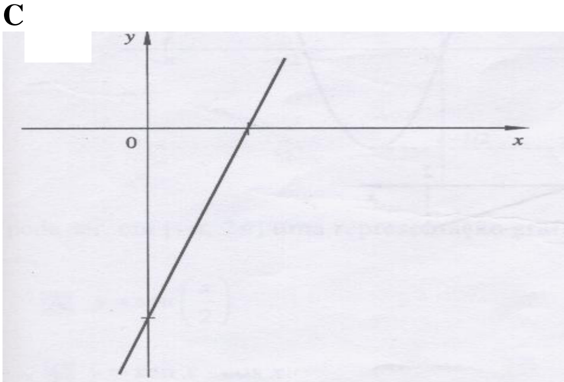
A



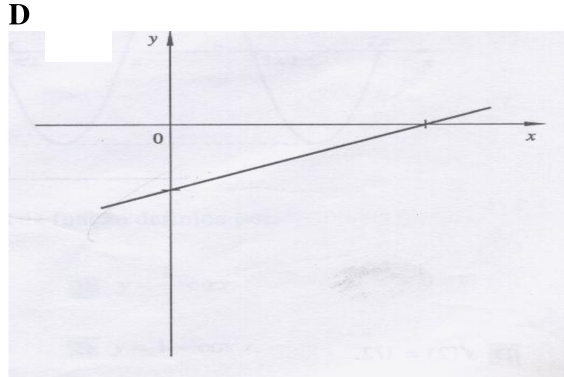
B



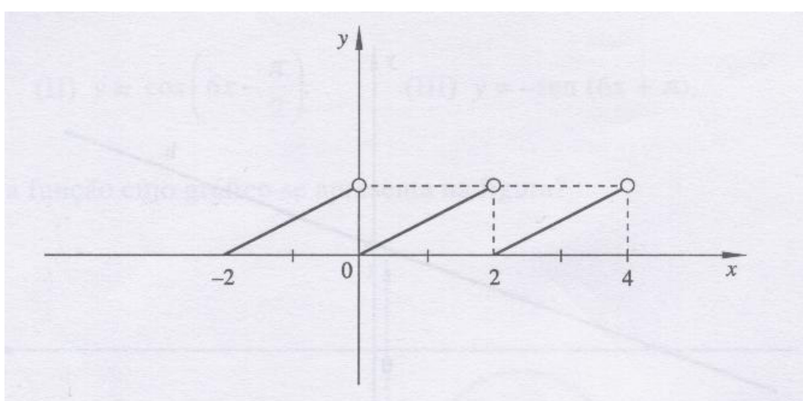
C



D



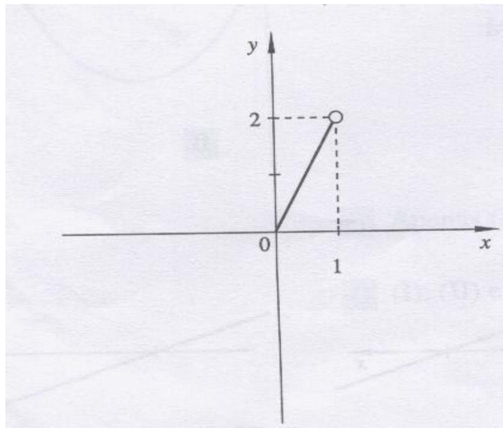
23) Se s for uma função cuja representação gráfica é:



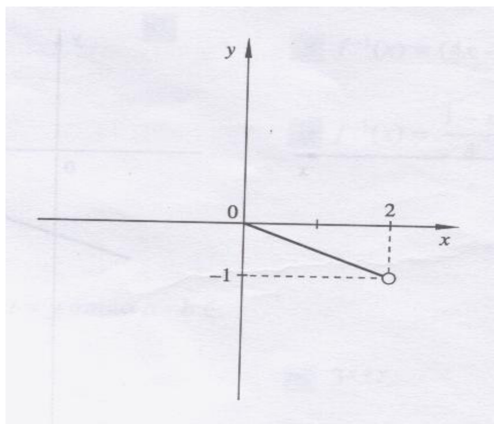
Então,

A. s admite inversa

B. A restrição de s a $[0,2[$ tem inversa cuja representação gráfica é



C. A restrição de s a $[0,2[$ tem inversa cuja representação gráfica é



D. $s(0)=\dfrac{1}{2}$

24) Seja f uma função que admite inversa f^{-1}, tal que $f=f^{-1}$. Então o gráfico de f é obrigatoriamente:

a) a recta $y=x$.

b) simétrico em relação à bissectriz dos quadrantes impares.

c) simétrico relativamente à origem do referencial.

d) uma linha continua.

<u>Sugestão para mais exercícios:</u>

Sebenta de exercícios: exercícios **<u>16</u>**, 18, 19, 20, 22, 24, 25 do capítulo 1.