



Ficha Prática nº 1.

Operações com números reais; Expressões algébricas; Resolução de equações e inequações em \mathbb{R} .

1) Escolha a opção correcta:

a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

c) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{4}{4}$

b) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{2}{4}$

d) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{8}{4}$

2) Considere as seguintes afirmações:

\mathcal{A} : $\frac{x^2 + a^2}{x^4 + a^4} = \frac{1}{x^2 + a^2}$, para quaisquer x e a não nulos

\mathcal{B} : $\frac{1}{x+2} = \frac{1}{x} + \frac{1}{2}$, para todo o $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2, 0\}$

\mathcal{C} : $\frac{(x+1)^2}{x^2 - 1} = \frac{x+1}{x-1}$, para todo o $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$

\mathcal{D} : $\frac{x+2}{x+3} = \frac{2}{3}$, para todos o $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$

Escolha a resposta correcta:

a) \mathcal{A} é falsa e \mathcal{D} é verdadeira

c) \mathcal{C} e \mathcal{D} são verdadeiras

b) \mathcal{B} é falsa e \mathcal{C} é verdadeira

d) \mathcal{A} e \mathcal{B} são verdadeiras

3) Sejam a e b dois números reais não nulos e p e q dois números inteiros quaisquer.

Considere as seguintes condições:

\mathcal{A} : $a^p b^q = (ab)^{p+q}$

\mathcal{B} : $\frac{1}{(ab)^p} = \frac{a^{-p}}{b^p}$

\mathcal{C} : $a^p + b^p = (a+b)^p$

\mathcal{D} : $a^p a^q = a^{pq}$

Escolha a resposta correcta

a) \mathcal{C} é falsa e \mathcal{B} é verdadeira

c) \mathcal{B} e \mathcal{D} são verdadeiras

b) \mathcal{A} é falsa e \mathcal{D} é verdadeira

d) \mathcal{A} e \mathcal{C} são verdadeiras

4) Seja $a \in \mathbb{R}$. Escolha a resposta correcta:

a) $\sqrt{a^2} = a$

b) $\sqrt{a^2} = \sqrt[4]{a^2}$

c) $\sqrt{a^2} = \pm a$

d) $\sqrt{a^2} = |a|$

5) Considere as seguintes proposições:

\mathcal{A} : $\sqrt{a+b} - \sqrt{b} = \sqrt{a}$, para quaisquer a e b não negativos

\mathcal{B} : $\frac{\sqrt[5]{a}}{\sqrt[3]{a}} = \sqrt{a}$, para todo o $a > 0$

\mathcal{C} : $\sqrt{a}\sqrt{b} = \sqrt[4]{ab}$, para quaisquer a e b não negativos

\mathcal{D} : $a\sqrt[3]{a} = a^{\frac{4}{3}}$, para qualquer $a \in \mathbb{R}$

Escolha a resposta correcta:

a) \mathcal{B} é falsa e \mathcal{D} é verdadeira

c) \mathcal{D} e \mathcal{C} são verdadeiras

b) \mathcal{A} é falsa e \mathcal{C} é verdadeira

d) \mathcal{A} e \mathcal{B} são verdadeiras

6) Considere as seguintes equações:

• $x^2 - 5x + 6 = 0$

• $(x^2 - 1)(x + 1) = 0$

• $(x - 1)^3 = 0$

• $x^2 + x + 1 = 0$

• $(x + 1)^2(x^2 - 4x) = 0$

Qual é o **número** de soluções **reais** e **distintas** das equações anteriores pela ordem indicada?

a) 0, 1, 2, 3, 0

c) 2, 1, 3, 2, 0

b) 2, 1, 3, 3, 2

d) 2, 3, 4, 3, 2

7) Considere o conjunto $A = \{x \in \mathbb{R} : x(x - 1) = x\}$. Escolha a resposta correcta:

a) $A = \{0\}$

c) $A = \{2\}$

b) $A = \{0, 1\}$

d) $A = \{0, 2\}$

8) Considere o conjunto $A = \{x \in \mathbb{R} : x^2 + 3x > -2\}$. Escolha a resposta correcta:

a) $A = [-2, -1]$

c) $A =]-\infty, -2[\cup]-1, +\infty[$

b) $A =]-\infty, -2[\cup]-1, +\infty[$

d) $A = \{ \}$

9) Considere o conjunto $A = \{x \in \mathbb{R} : |x - 1| \leq 2\}$. Escolha a resposta correcta:

a) $A =]-\infty, 3]$

c) $A = [-1, 3]$

b) $A =]-\infty, -1] \cup [3, +\infty[$

d) $A = [-3, 3]$

10) Considere as seguintes proposições:

$$\mathcal{A}: \forall x \in \mathbb{R} \quad 25^x = 5^{2x}$$

$$\mathcal{B}: \forall x \in \mathbb{R} \quad e^{x^2} = e^{2x}$$

$$\mathcal{C}: \forall x > 0 \quad -\ln\left(\frac{1}{e^x}\right) = x$$

$$\mathcal{D}: \ln(2)\ln(3) = \ln(5)$$

Escolha a resposta correcta:

- a) \mathcal{C} é verdadeira e \mathcal{B} é falsa
b) \mathcal{C} e \mathcal{D} são verdadeiras

- c) \mathcal{A} e \mathcal{B} são falsas
d) \mathcal{A} e \mathcal{D} são verdadeiras

11) Sendo $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$, tal que $\sin(x) = \frac{1}{3}$ qual das seguintes afirmações é verdadeira?

a) $\cos(x) = \frac{2}{3}$

b) $\cos(x) = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

c) $\cos(x) = 3$

d) $x = \frac{\pi}{3}$

12) Para cada uma das seguintes alíneas, escolha a opção correcta.

a) O valor da expressão numérica $\sqrt[3]{\sqrt{2^6}}$ é:

i) $\sqrt[6]{12}$

iii) $\sqrt[3]{64}$

ii) 2

iv) $\sqrt[3]{64}$

b) O valor da expressão numérica $\sqrt{37^2 - 4 \times 13^2}$ é:

i) $\sqrt{1335}$

iii) $\sqrt{15}$

ii) 11

iv) $\sqrt{693}$

c) A expressão algébrica $(16e^{-4} 2^{8x})^{\frac{3}{4}}$ é equivalente a:

i) $\frac{2^{6x+3}}{e^3}$

iii) $(2(2e)^{2x-1})^3$

ii) $(32e^{-8x})^3$

iv) $(16e^{-1} 2^{2x})^3$

d) A expressão algébrica $\frac{x^2}{xy - y^2} \cdot \frac{x^2 - y^2}{x^2 + xy}$ é equivalente a:

i) $\frac{x+y}{x-y}$

ii) $\frac{x}{y}$

iii) 1

iv) $\frac{x}{y}$, $|x| \neq |y| \wedge x \neq 0$.

13) Resolva, em \mathbb{R} , as seguintes equações, se possível e indique o conjunto-solução:

a) $(x-3)(x^3+2)=0$

b) $\frac{x^2-25}{x+5}=-10$

c) $\frac{1+x}{\sqrt{5-x}}=1$

d) $\sqrt{2x+1}+\sqrt{x-3}=2\sqrt{x}$

e) $x^4+2x^2-3=0$

f) $\frac{1}{|x+1||x-3|}=\frac{1}{5}$

g) $\frac{x^5-4x^3+3x^2}{e^{\frac{1}{x-1}}}=0$

h) $2^{2x}+4^x-8=0$

i) $\ln(x^2+2)=0$

j) $e^{x-2}=0$

14) Encontre os erros das seguintes resoluções:

a) $x+1+\frac{1}{x-2}=3+\frac{1}{x-2} \Rightarrow x+1=3 \Rightarrow x=2;$

b) $(x-3) \cdot \left(\frac{x-2}{x-3}\right)=0 \Rightarrow x=3 \vee x=2.$

15) Descubra o erro da seguinte demonstração:

Seja $x=y \neq 0$. Então

$$\begin{aligned} x^2 &= y^2 \Rightarrow x^2 - y^2 = xy - y^2 \\ &\Rightarrow (x-y) \cdot (x+y) = y \cdot (x-y) \\ &\Rightarrow x+y = y \\ &\Rightarrow x = 0 \end{aligned}$$

16) Resolva, em \mathbb{R} , as seguintes inequações e apresente a solução sob a forma de intervalos de números reais.

a) $2-x < 5$

e) $|2x-1| \geq |x-2|$

b) $x^2-4x+4 < 1$

f) $|x-1|+|x+2| \geq 4$

c) $\frac{x+2}{1-x} > 1$

g) $e^{x+5} \geq e^{x^2+3}$

d) $\frac{x+3x^2}{x+2} \leq 1$

h) $\log_{\frac{1}{e}}(x^2-x) < \log_{\frac{1}{e}}(x-5)$

Sugestão para mais exercícios:

Sebenta de exercícios: exercícios 1 a 6 do capítulo 1.