



Observações:

- **Desligue o telemóvel.**
 - A cotação da prova é de 20 valores.
 - Todas as respostas devem ser devidamente justificadas.
 - O uso de calculadora é expressamente proibido.
 - **Responda a cada Grupo de perguntas em folhas de exame separadas.**
-
-

Grupo I

1. Seja f uma função real de variável real, definida por $f(x) = \pi + \frac{1}{2} \arcsen(2x)$
- (0,75 val.) Determine o domínio e contradomínio de f .
 - (0,75 val.) Defina a função inversa de f .
 - (0,75 val.) Determine a equação da recta tangente ao gráfico de f no ponto de abscissa $x = 0$.
2. Considere a função g definida por $g(x) = \begin{cases} e^{\frac{1}{x-1}}, & x \neq 1 \\ k & , x = 1 \end{cases}$
- (0,75 val.) Estude as assíptotas do gráfico de g .
 - (1 val.) Determine o valor de k de modo que g seja contínua à esquerda em $x = 1$.
 - (0,75 val.) Analise a existência de $g'(1)$.
 - (1 val.) Mostre que $g''(x) = \frac{e^{\frac{1}{x-1}}(2x-1)}{(x-1)^4}$.
 - (1 val.) Estude g quanto ao sentido das concavidades do seu gráfico e à existência de pontos de inflexão.

Grupo II

3. (2 val.) Determine a função f cuja derivada é $f'(x) = \frac{\sen x}{\cos^2 x} + 3e^{2x}$ e que verifica $f(0) = 1$.
4. (5 val.) Calcule as seguintes primitivas:

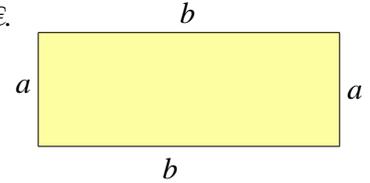
4.1. $\int \sqrt{x} \ln(x) dx$.

4.2. $\int \sqrt{4-x^2} dx$.

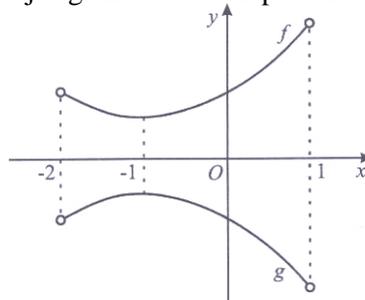
4.3. $\int \frac{8x^4 + 6x^2 + x + 1}{4x^3 + x} dx$

Grupo III

5. (2,5 val.) Pretende-se vedar um terreno rectangular. Em dois lados opostos (de comprimento a metros) será usada uma vedação com custo de 4 €/metro e a vedação a usar nos outros dois lados (de comprimento b metros) custa 3 €/metro (de acordo com a figura). Quais serão as dimensões do terreno de maior área que se conseguirá vedar gastando-se 1200 €.



6. (3,75 val.) Indique o valor lógico das seguintes afirmações **justificando** devidamente a sua opção.
- 6.1. A inversa de uma função crescente é decrescente.
 - 6.2. Se f e g são duas funções injectivas então $g \circ f$ é uma função injectiva.
 - 6.3. Se f é contínua então f é derivável.
 - 6.4. Seja f uma função contínua no intervalo $[-1,1]$, tal que $f(-1) = -1$ e $f(1) = 2$, então a equação $f(x) = 1$ tem pelo menos uma solução no intervalo $[-1,1]$.
 - 6.5. Sejam f e g duas funções cujos gráficos estão representados na figura seguinte,



então podemos concluir que o conjunto solução de $f'(x) < g'(x)$ é $]-2, -1[$.

Bom Trabalho.

Fim.