Escola Superior de Tecnologia e Gestão
Instituto Politécnico de Bragança

Análise Matemática I – Exame

Duração da prova: *2h 30 min* **Data:** 02/02/2004

Cursos: EQ, IG, GEI

Observações:

- **Desligue o telemóvel.**
- A cotação da prova é de 20 valores.
- A prova é constituída por sete perguntas.
- Todas as respostas devem ser devidamente **justificadas**.
- **Deve responder a cada grupo em folhas de exame separadas**.
- O uso de calculadora é expressamente proibido.

Grupo I

1) Considere a função definida por $g(x) = arcsen|2x+1|$.

a) (0,5 val) Determine o domínio da função g.

b) (0,75 val) Resolva a equação $g(x) = \frac{\pi}{6}$.

c) (0,5 val) Use a alínea anterior para justificar que a função g não admite inversa.

d) (1,25 val) Considere a função g restrita ao subconjunto $A = \left\{ x \in D_g : 2x+1 \geq \frac{1}{2} \right\}$ e caracterize a sua inversa.

2) (4 val) Investigue a veracidade das seguintes afirmações e **justifique** devidamente a sua opção.

a) Para quaisquer x e y não negativos, $\sqrt{x^2+y^2} = x+y$.

b) A função $f(x) = \begin{cases} 1+xsen\left(\frac{1}{x}\right) & se \quad x \neq 0 \\ 1 & se \quad x = 0 \end{cases}$, é contínua em IR.

c) Se f é uma função tal que $f'(x) \neq 0$ então f não tem pontos extremos.

d) O valor de $\lim_{x \to 0} (x+1)^{\frac{1}{x}} = e$.

e) Para qualquer função $\int f^2(x)dx = \left(\int f(x)dx \right)^2$.

Grupo II

3) Considere a função real de variável real definida por:

$$f(x)=\frac{e^x-1}{e^{2x}}$$

a) (0,5 val) Mostre que o gráfico de f tem uma assímptota horizontal quando $x \to +\infty$.

b) (1 val) Determine a equação da recta tangente ao gráfico de f em $x=0$.

c) (0,75 val) Mostre que $f''(x)=\frac{e^x-4}{e^{2x}}$.

d) (0,75 val) Estude a função f quanto ao sentido das concavidades do seu gráfico e à existência de pontos de inflexão.

4) (1 val) Considere a função $f(x)=e^{x^2+5x+6}-1$. Mostre que esta função satisfaz as condições do Teorema de Rolle no intervalo $[-3,-2]$ e conclua que ele garante a existência de um elemento $c \in]-3,-2[$ tal que $f'(c)=0$.

5) (2,5 val) Qual a área máxima dos rectângulos com dois vértices no eixo das abcissas e os outros dois vértices na curva de equação $y=4-x^2$ e ordenada positiva?

……..

Grupo III

6) (1,5 val) Determine a função f cuja derivada é $f'(x)=\frac{x}{1+x^4}$ e que verifica $\lim_{x\to+\infty} f(x)=0$.

7) (5,5 val) Calcule as seguintes primitivas:

a) $\int x\sqrt{1-2x}\,dx$ **b)** $\int \frac{x^3-x^2-3x-10}{x^2(x-5)}\,dx$ **c)** $\int sen^3(x)\cos^2(x)dx$

Bom trabalho…

Fim