



Escola Superior de Tecnologia e de Gestão
Instituto Politécnico de Bragança

ANÁLISE MATEMÁTICA I

Exame de recurso: 24 de Fevereiro de 2003
Cursos: EC, EE, EI, EM e EQ.

Duração da prova: **2h 30min.**

Número: _____ Nome: _____ Curso: _____

Observações:

- **Desligue o telemóvel.**
- A cotação da prova é de 20 valores.
- A prova é constituída por quatro grupos.
- Com excepção das respostas do grupo I, todas as restantes devem ser devidamente justificadas.
- Apresente as respostas do **grupo I na folha de prova** e as restantes respostas agrupe-as por **grupos em folhas de exame diferentes.**
- O uso de calculadora é proibido.

Grupo I

Para cada uma das seguintes questões são indicadas quatro alternativas de resposta, das quais **apenas uma** está correcta.

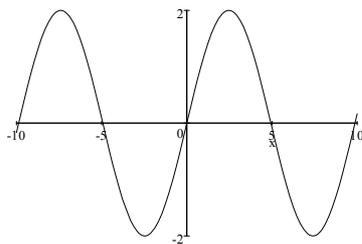
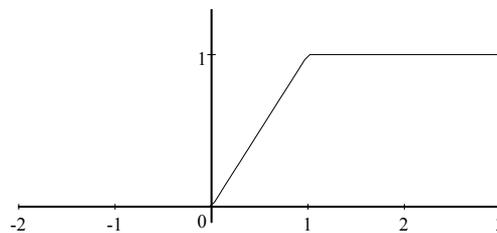
Cada resposta correcta vale 0,75 valores.

Atenção! Uma ausência de resposta é preferível a uma resposta errada: por cada resposta errada será descontado um terço da cotação da resposta certa.

(A classificação desta questão é o máximo entre a classificação nela obtida e 0 valores.)

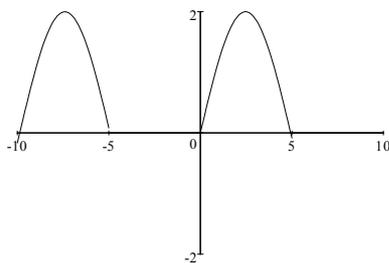
- 1) O domínio da função definida por $f(x) = \ln(2 + x - x^2)$ é:
- | | |
|-------------------|--------------------------------------|
| a) \mathbb{R} | b) $]-\infty, -1[\cup]2, +\infty[$ |
| c) $]0, +\infty[$ | d) $]-1, 2[$ |
- 2) O valor da expressão $e^{2+\ln(x+1)}$ é igual a:
- | | |
|------------------|---------------------|
| a) $e^2 + x + 1$ | b) $e^2(x+1)$ |
| c) e^{2+x} | d) $e^2 + \ln(x+1)$ |

3) As figuras abaixo, representam parte dos gráficos das funções $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$.

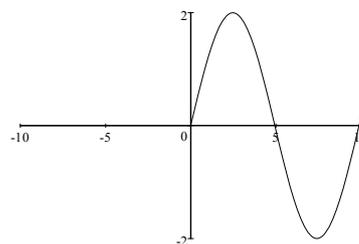
Gráfico de f Gráfico de g

Qual das figuras abaixo pode representar parte do gráfico da função composta $g \circ f$?

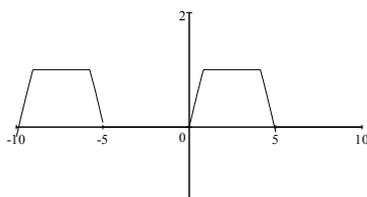
a)



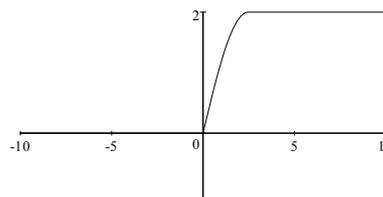
b)



c)



d)



4) Seja f uma função diferenciável tal que os limites $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ e $\lim_{x \rightarrow \infty} f'(x)$ existem e são finitos.

Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} f'(x) = 0$

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} f'(x)$

c) A função f é constante.d) A função f' é constante.

5) Considere a função definida por $f(x) = \sqrt{x}$. A recta tangente ao gráfico de f e paralela à

recta de equação $y = \frac{x}{2} + \frac{3}{4}$ tem de equação:

a) $y = 2x$

b) $y = \frac{x}{2} + 1$

c) $y = \frac{x+1}{2}$

d) $y = -2x + 1$

Grupo III

- 1) Considere a função definida por $f(x) = \sqrt[3]{e^x + 1}$
- a) (1 val.) Prove que a função f é crescente.
- b) (1,5 val.) Caracterize a função inversa de f , f^{-1} .
- 2) (1,5 val.) Formule matematicamente o seguinte problema, identificando as variáveis, a relação entre elas e a função a otimizar:

“Pretende-se imprimir um livro em que cada página tem uma área de 500 cm^2 , uma margem em cima de 6 cm e uma margem de 4 cm de cada lado e em baixo.

Quais as dimensões da página que correspondem a uma área impressa máxima? ”

(Não é para resolver o problema integralmente!)

Grupo IV

Calcule os seguintes integrais:

a) (1,5 val.) $\int \left(\frac{1}{\sqrt{x}} + xe^{x^2} \right) dx$

b) (2 val.) $\int e^{\sqrt{x}} dx$
fazendo uma substituição adequada.

c) (2 val.) $\int x \ln(x^2 - 1) dx$

d) (1,5 val.) $\int \sin(2x) \cos(x) dx$

Bom trabalho!