Escola Superior de Tecnologia e de Gestão
Instituto Politécnico de Bragança

ANÁLISE MATEMÁTICA I

Exame 1ª época: 24 de Janeiro de 2003
Cursos: CA, GE.

Nome: ____

Número: ________________ Curso: ______

Observações:
- Desligue o telemóvel;
- A prova é constituída por quatro grupos e tem a duração de **2h 30min.**
- A cotação da prova é de 20 valores estando a cotação de cada questão indicada entre parêntesis ao lado da, respectiva, identificação.
- Deve responder ao **Grupo I na folha de prova** e cada um dos **Grupos II, III e IV em folhas de exame separadas**.
- Com excepção das questões do Grupo I, deve justificar convenientemente todas as suas respostas.
- O uso de calculadoras é proibido.

Grupo I

Deve responder às questões deste grupo **sem** apresentar quaisquer cálculos ou justificações

Para cada uma das seguintes questões são indicadas quatro respostas alternativas, das quais **apenas uma** está correcta; assinale-a com um círculo à volta do número correspondente.
Cada resposta correcta vale *0,75 valores*; por cada *3* respostas erradas é descontado uma resposta correcta.

1. Considere as funções f e g definidas por $f(x)=2^x$ e $g(x)=3^x$.
O conjunto solução da inequação $f(x)>g(x)$ é

(i) $\{\ \}$. ***(ii)*** IR^-. ***(iii)*** IR^+. ***(iv)*** IR.

2. O valor de $\lim\limits_{x\to+\infty} x^{\frac{1}{x-1}}$ é

(i) 1. ***(ii)*** $+\infty$. ***(iii)*** e. ***(iv)*** 0.

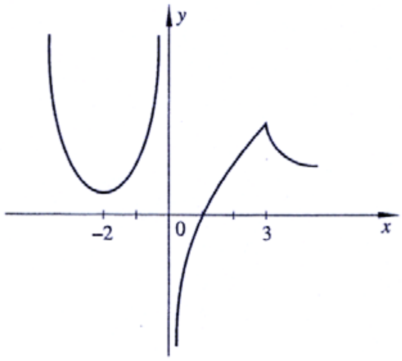
3. A tangente ao gráfico da função f definida por $f(x)=(x+1)e^{-x^2}$ no ponto de abcissa 0 é

(i) $y=2x+1$. ***(ii)*** $y=\frac{1}{2}x+1$. ***(iii)*** $y=1$. ***(iv)*** $y=x+1$.

4. Seja $f:[0,1]\to IR$ contínua, então o contradomínio de f pode ser

(i) $[1,2]\cup\{3\}$. ***(ii)*** $]1,2]$. ***(iii)*** $[1,+\infty[$. ***(iv)*** Não pode ser nenhuma das anteriores.

5. Seja f uma função real de variável real cujo gráfico é



Então o sinal de f'', a segunda derivada de f, é

(i)

x		0		3	
Sinal de f''	+	não definida	−	0	+

(ii)

x		-2		0		3	
Sinal de f''	−	0	+	não definida	+	não definida	−

(iii)

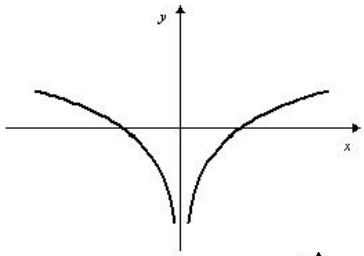
x		0		3	
Sinal de f''	+	não definida	−	não definida	+

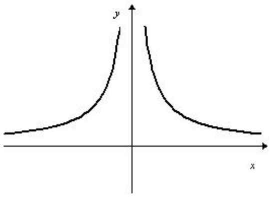
(iv)

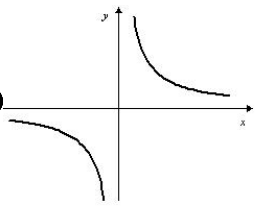
x		0		3	
Sinal de f''	+	não definida	+	0	−

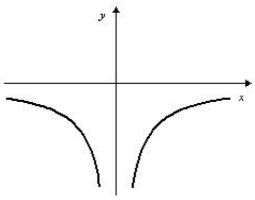
6. Na figura ao lado está parte da representação gráfica de uma função h de domínio $IR \setminus \{0\}$.

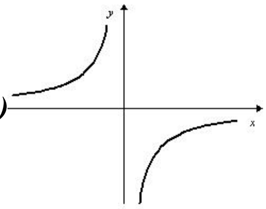
Qual das figuras seguintes poderia ser parte da representação gráfica da função h', derivada de h.



(i)


(ii)


(iii)


(iv)


7. Uma mudança de variável adequada transforma o integral $\int \frac{e^{2x}}{\sqrt{1+e^{2x}}}\,dx$ no integral

(i) $\int \frac{1}{2\sqrt{1+t}}\,dt$. *(ii)* $\int \frac{1}{2t\sqrt{1+t}}\,dt$. *(iii)* $\int \frac{2t}{\sqrt{1+t}}\,dt$. *(iv)* $\int \frac{2}{\sqrt{1+t}}\,dt$

8. Uma primitiva de $\frac{2}{x^2+2x+2}$ é:

(i) $ln(x^2+x+2)$. *(ii)* $\frac{-2}{x+1}$. *(iii)* $2arctg(x+1)$. *(iv)* $\frac{2}{x+2}$.

Grupo II

9. Considere a função $f(x)=\dfrac{x^2}{x+1}$.

9.1. (0,5 *val.*) Determine o domínio de f .

9.2. (*0,5 val.*) Determine **uma** das assimptotas do gráfico de f.

9.3. (*1,5 val.*) Indique os pontos críticos, os extremos relativos e os intervalos de monotonia.

9.4. (*1 val.*) Indique os pontos de inflexão e os intervalos de concavidade.

Grupo III

10. Seja k um número real positivo, considere a função $g(x)=\begin{cases}\ln\left(\dfrac{x+k}{3}\right) & , \quad x\geq 0\\ \sqrt{-x} & , \quad x<0\end{cases}$.

10.1. (*0,5 val.*) Justifique que g é contínua nos intervalos $\left]-\infty,0\right[$ e $\left]0,+\infty\right[$.

10.2. (*1 val.*) Determine k de modo que a função g seja contínua.

10.3. (*1 val.*) Para $k=1$, justifique a existência, ou não, de $g'(0)$.

11. (2 *val.*) Pretende-se torcer um fio de arame com 10 *m* de comprimento, de modo a formar um rectângulo. Quais deverão ser as dimensões dos lados de modo que o rectângulo tenha área máxima?

Grupo IV

12. (6 *val.*) Calcule as seguintes primitivas:

12.1. $\int\left(x+xe^{x^2}\right)dx$.

12.2. $\int\dfrac{1}{\sqrt{x}}\,ln\left(\sqrt{x}\right)dx$.

12.3. $\int\dfrac{x+1}{x^2-4x+4}dx$.

Bom trabalho …

Fim