Entregar no horário indicado na página da disciplina,
na Mentoring Academy.

Exercícios do Caderno

(a) 1.36

(b) 1.44 (c) (d)

(c) Conhecendo as medidas a e b dos lados de um triângulo qualquer e o ângulo α por eles definido, a belíssima **Lei dos Cossenos** permite-nos determinar a medida c do lado restante do triângulo (ver figura 1)

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2abcos(\alpha).$$

Por outro lado, a não menos bela **Lei dos Senos** relaciona as razões das medidas a, b, c dos lados de um triângulo qualquer pelos senos dos ângulos internos opostos (ver figura 2),

$$\frac{a}{sin(\alpha)} = \frac{b}{sin(\beta)} = \frac{c}{sin(\gamma)}.$$

Consulta a sebenta teórica, sobres estas leis, e vê os vídeos no final. Resolve o seguinte.

(i) Verifica que se $\alpha = 90^o$ a Lei dos Cossenos se reduz ao teorema de Pitágoras. Este facto surpreende-te?

(ii) Utiliza, se necessário, estas duas leis para resolver o exercício 1.84, figuras 5 e 6.

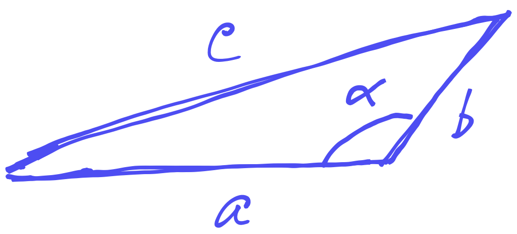


figura 1

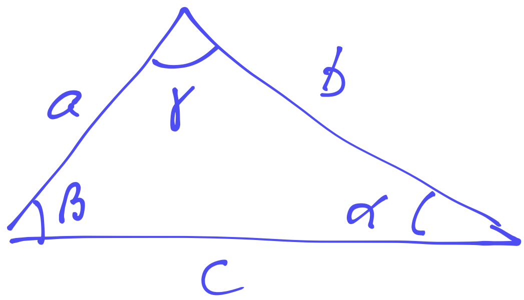


figura 2

No final desta semana, deves ser capaz de:

- Resolver um triângulo qualquer, isto é, dadas as medidas de um número suficiente de ângulos e lados, determinar as medidas dos restantes lados e ângulos;
- Conseguir identificar as razões trigonométricas num círculo unitário;
- Resolver equações e inequações lineares; perceber o significado das soluções.

(b)

1.44

(c) $(a-b)^2 = (a-b)(a-b)$
$= a(a-b) - b(a-b)$
$= a^2 - ab - ba + b^2$
$= a^2 - 2ab + b^2$

(d) $(a+b)^3 = (a+b)(a+b)^2$
$= (a+b)(a^2+2ab+b^2)$
$= a^3 + 2a^2b + ab^2 + ba^2 + 2ab^2 + b^3$
$= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

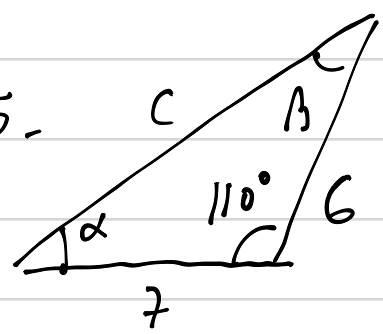
(c) (i)

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\,\overbrace{\cos(90^\circ)}^{=0}$$
$$\Leftrightarrow c^2 = a^2 + b^2$$

Se $\alpha = 90^\circ$ obtemos um triângulo retângulo. Nesse caso a relação esperada entre as medidas dos lados é o Teorema de Pitágoras.

(ii)

Figura 5.



$\underline{c}$:
Usar a Lei dos Cossenos

$$c = \sqrt{7^2 + 6^2 - 2 \times 7 \times 6 \times \cos(110^\circ)}$$
$$\approx 10.7$$

$\underline{\alpha, \beta}$:
Usar a Lei dos Senos

α:

$$\frac{c}{\sin(110^\circ)} = \frac{6}{\sin(\alpha)} \Leftrightarrow \sin(\alpha) = \frac{6 \times \sin(110^\circ)}{c}$$

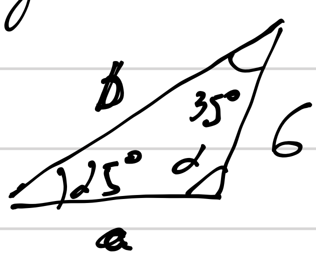
$$\Leftrightarrow \sin(\alpha) \approx \frac{6 \times \sin(110^\circ)}{10.7} \approx 0.53$$

$$\alpha = \arcsin(0.53) \approx 31.8^\circ$$

β:

$$\beta \approx 180^\circ - 110^\circ - 31.8^\circ = 38.2^\circ$$

Figura 6



α:

$$\alpha = 180^\circ - 35^\circ - 25^\circ = 120^\circ$$

b, a:

Usar a Lei dos Senos

a:

$$\frac{6}{\sin(25^\circ)} = \frac{a}{\sin(35^\circ)} \Leftrightarrow a = \frac{6 \times \sin(35^\circ)}{\sin(25^\circ)} \approx 8.1$$

b:

$$\frac{6}{\sin(25^\circ)} = \frac{b}{\sin(120^\circ)} \Leftrightarrow b = \frac{6 \times \sin(120^\circ)}{\sin(25^\circ)} \approx 12$$