

Exercícios

1. Formular a seguinte pergunta ao chatbot de IA ChatGPT: «Para que servem as derivadas e os integrais numa engenharia?» Resumir a resposta apresentada em não mais de 4 linhas de texto.
2. Formular as seguintes perguntas ao chatbot de IA ChatGPT: «1. O que significa resolver um integral por funções elementares? 2. Qualquer integral pode ser resolvido por funções elementares?» Resumir a resposta apresentada em não mais de 4 linhas de texto.
3. A figura seguinte representa os gráficos das funções $\sin(x)$ e $\cos(x)$.
 - (a) Identificar os gráficos.
 - (b) Por meio de raciocínios geométricos simples, determinar um minorante e um majorante para a área da região a sombreado.
 - (c) Usar um integral definido e a informação numérica no gráfico para determinar a área a sombreado.
 - (d) Determinar a equação da reta tangente à função $\cos(x)$ no ponto $x = 0.8$ e usá-la para determinar uma aproximação do número $\cos(0.81)$.
 - (e) Preencher os espaços de forma adequada: «A função _____ é o velocímetro da função _____. A função _____ pode ser usada como planímetro da região definida pela função _____ e o eixo dos xx num dado intervalo.»

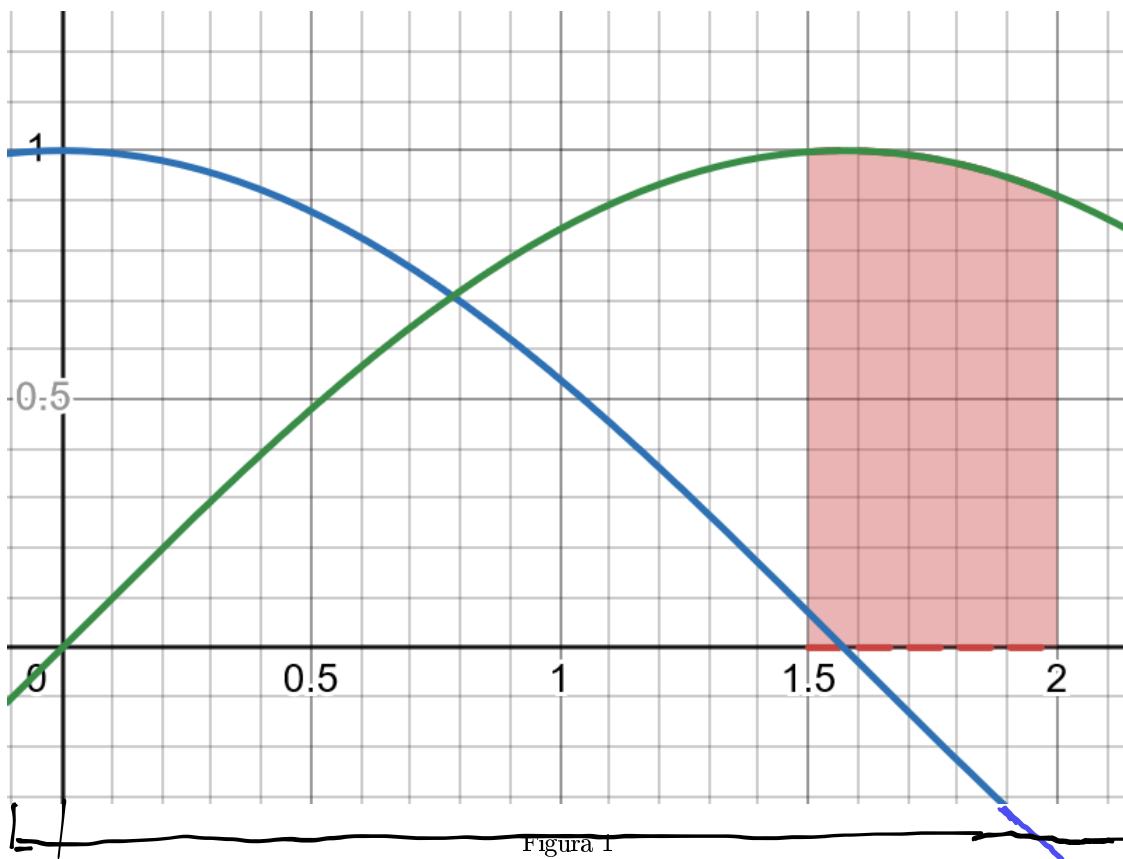


Figura 1

Resolução

1. Espera-se que os alunos refiram as partes essenciais da resposta do

- GP I
- Derivadas: usadas para calcular taxas de variação (velocidades, acelerações, etc)
 - Integrais: usados para calcular áreas e volumes (distâncias, dadas as velocidades; velocidades, dadas as acelerações; energias; etc.)

2. Espera-se que os alunos refiram as partes essenciais da resposta do

GP I

1. Resolver um integral por funções elementares (polinômios, radicais, exponenciais, logaritmos, funções trigonométricas diretas e inversas) é apresentar a sua pluça numa fórmula finita envolvendo combinação destas funções por meio de operações $+$, $-$, $\times$, $\div$, 0 .

2. Nas funções como e^{-x^2} , $\sin(x^2)$, $\frac{1}{\ln(x)}$, etc., nas são primitiváveis por funções elementares

3.

(a) $\cos(x)$: Curva azul

$\sin(x)$: " verde

↓ Justificações :

$$\cos(0) = 1; \sin(0) = 0$$

(b)

minorante : valor $\leq$ área

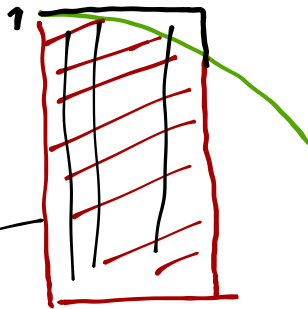
↓
Por exemplo: área do retângulo
 de base 0.5 e altura 0.9



$$\begin{aligned} \text{minorante} &= 0.9 \times 0.5 \\ &= 0.45 \end{aligned}$$

majorante : valor $\geq$ área

↓
Por exemplo: área do retângulo
 de base 0.5 e altura 1



$$\begin{aligned} \text{majorante} &= 1 \times 0.5 \\ &= 0.5 \end{aligned}$$

∴

$$0.45 < \begin{array}{c} \text{área do} \\ \text{Sombreado} \\ \text{ss} \\ 0.4(\dots) \end{array} < 0.5$$

$$(c) \text{ Área} = \int_{1.5}^2 \sin(x) dx = -\cos(x) \Big|_{1.5}^2$$

$$= -\cos(2) - (-\cos(1.5))$$

$$= \cos(1.5) - \cos(2)$$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & \downarrow \text{ lendo no gráfico} & \downarrow \\ & \approx 0.8 & \approx -0.4 \end{array}$$

$$\approx 0.8 - (-0.4) = 0.48$$

(d)

$$y = mx + b$$

m:

$$\downarrow$$

$$m = [\cos(x)]'_{x=0.8} = -\sin(0.8)$$

$$m \approx -0.7$$

$\uparrow$
ler no gráfico

$$\therefore y = -0.7x + b$$

b: Coordenadas do ponto de tangência

$$(x, y) = (0.8, \cos(0.8))$$

$$\approx (0.8, 0.7)$$

Substituir na equação da reta

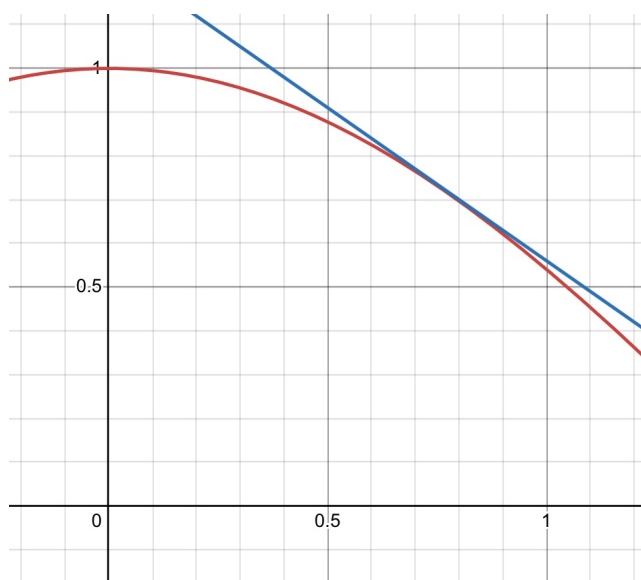
$$0.7 = -0.7 \times 0.8 + b$$

$$\Rightarrow b = 1.26$$

$\therefore$

Eg da reta

$$y = -0.7x + 1.26$$



Como os gráficos são muito próximos
numa vizinhança pequena de $x = 0.8$,

temos

$$\cos(0.81) \approx -0.7(0.81) + 1.26$$

$$= 0.693$$

[valor dado pela calculadora

$$\cos(0.81) \approx 0.689 \dots]$$

O erro é inferior a uma centésima.

Ganhámos uma fórmula simples
para calcular co-senos!

(d) << A função $\cos(x)$ é o velocímetro
da função $\sin(x)$. A função $\sin(x)$
pode ser usada como planímetro da
região definida pela função $\cos(x)$
& ... >>

Dispositivo que
mede áreas.

