Exercícios

1. Exercício 1.74.
2. Derivar a função $f(x) = x^2$ na forma $(x \cdot x)$ usando a regra de derivação do produto.
3. Exercício 2.40 (a).
4. A figura seguinte representa o gráfico de uma função $f(x)$ e de uma sua primitiva $F(x)$.
   (a) Identificar os gráficos.
   (b) Usar o gráfico de $F(x)$ para calcular um valor aproximado da área da região delimitada pelo gráfico da função $f(x)$ e o eixo dos xx, no intervalo $[2, 8.5]$.

   Queres uma ajuda? Vê este vídeo `https://www.youtube.com/watch?v=RmgODcHwOWk`

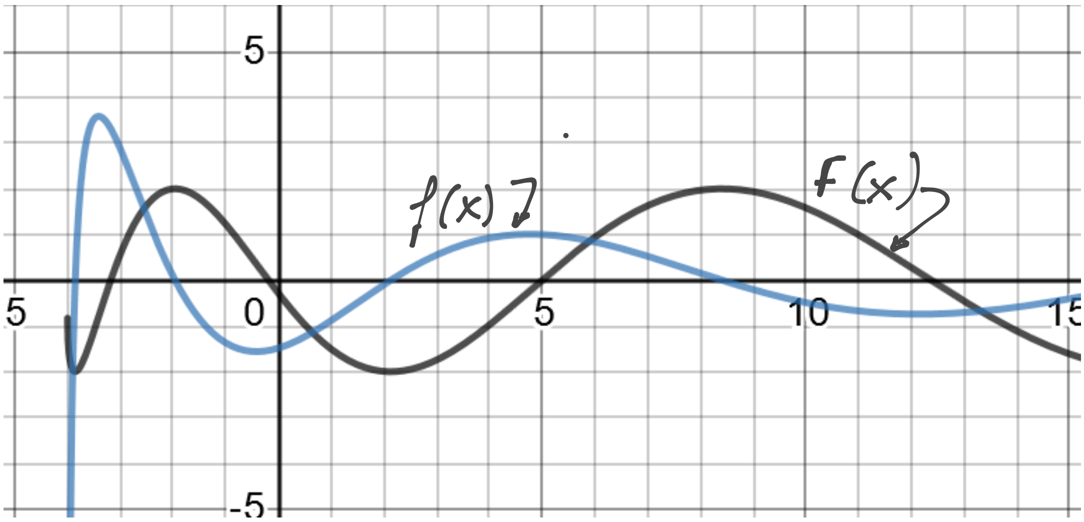
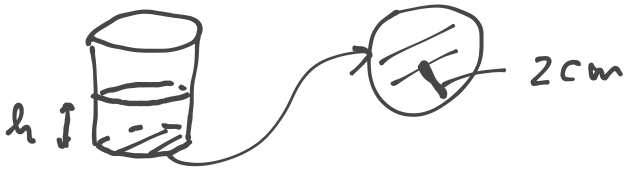


Figura 1

Resolução

1.74



h: diminui 1 mm em 2 horas

Hipótese simplificativa: a água evapora-se a uma taxa constante

↳ gramas por hora

Taxa de evaporação : T gramas/hora

$$T = \frac{\text{Massa de água evaporada em 2 horas}}{\text{2 horas}} = \frac{M}{2}$$

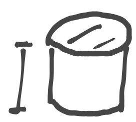
Calcular M

$$M = \begin{pmatrix}\text{Volume de água}\\ \text{evaporada}\end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix}\text{Densidade da}\\ \text{água}\end{pmatrix}$$

$$\text{kg} = \left(\cancel{m^3}\right) \cdot \left(\frac{\text{kg}}{\cancel{m^3}}\right)$$

Volume de água evaporada : V

$$V = (\text{área da base})(\text{altura})$$

altura 

$$\pi R^2 = \pi (0.02)^2 = 4\pi \times 10^{-4} (m^3)$$

$$1\,mm = 0.001\,m = 10^{-3} m$$

$$V = (4\pi \times 10^{-4})(10^{-3}) = 4\pi \times 10^{-7}\ [m^3]$$

$$\therefore\ M = (4\pi \times 10^{-7})(997) \approx 1.25 \times 10^{-3}\ [kg] = 1.25\ [\text{gramas}]$$

$\therefore$ Resposta:

$$T = M/2 \approx 0.625 \text{ gramas/hora}$$

2. $$f'(x) = (x.x)' = (x)'x + x(x)' = x + x = 2x$$

3. [Exerc 2.40
página 28, Caderno de exercícios Cap2,
Colocado na Semana 8, na página
da disciplina]

(a)

$$x_1 = 2,\ x_2 = 2.03 \longrightarrow \boxed{f(x)} \longrightarrow \begin{array}{l} y_1 = \sqrt{3(2)-2} = \sqrt{4} = 2 \\ \hline y_2 = \sqrt{3(2.03)-2} = \sqrt{4.09} \approx 2.022 \end{array}$$

$$f'(2) \approx \frac{f(2.03) - f(2)}{2.03 - 2} \approx \frac{2.022 - 2}{2.03 - 2} = \frac{0.022}{0.03} \approx 0.73$$

valor efetivo da derivada:

$$f'(x) = \left(\sqrt{3x-2}\right)' = \left((3x-2)^{1/2}\right)'$$

$$= \frac{1}{2}(3x-2)^{\frac{1}{2}-1}\underbrace{(3x-2)'}_{=3}$$

$$= \frac{3}{2}(3x-2)^{-\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{3x-2}}$$

$$f'(2) = \frac{3}{2}\frac{1}{\sqrt{3(2)-2}} = \frac{3}{4} = 0.75$$

---

4. $F(x)$: curva a preto
$f(x)$: " a azul

Justificação

Por ser

$$\int f(x)\,dx = F(x) + C$$

$$\Longleftrightarrow$$

$$F'(x) = f(x)$$

$f(x)$ é positiva quando $F(x)$ cresce e negativa quando $F(x)$ decresce, o que podemos constatar observando o gráfico.

[esta relação falha trocando os papéis de $f(x)$ e $F(x)$]

Como $f(x) \geq 0$ no intervalo $[2, 8.5]$, o integral definido

$$\int_2^{8.5} f(x)\,dx = F(x)\Big|_2^{8.5}$$

$$= F(8.5) - F(2)$$

$$\approx 2 - (-2) = 4$$

representa a área pretendida.