Sumário

- **Cap2. Funções Reais de Variável Real.**
  - Problema da determinação da velocidade de um móvel num ponto (propósito contraditório com a necessidade prática de serem precisos dois pontos – dois instantes –, para calcular uma velocidade)
  - Tendência para a forma linear de uma curva suave na vizinhança de um ponto, à medida que vamos considerando vizinhanças sucessivamente menores do ponto.
  - Limite da razão incremental de uma função num ponto. Derivada de uma função num ponto.
  - Relação entre o sinal da derivada num intervalo e a monotonia da função nesse intervalo.
  - Derivadas de algumas funções elementares.
  - Derivada da função composta.
  - Exercícios.

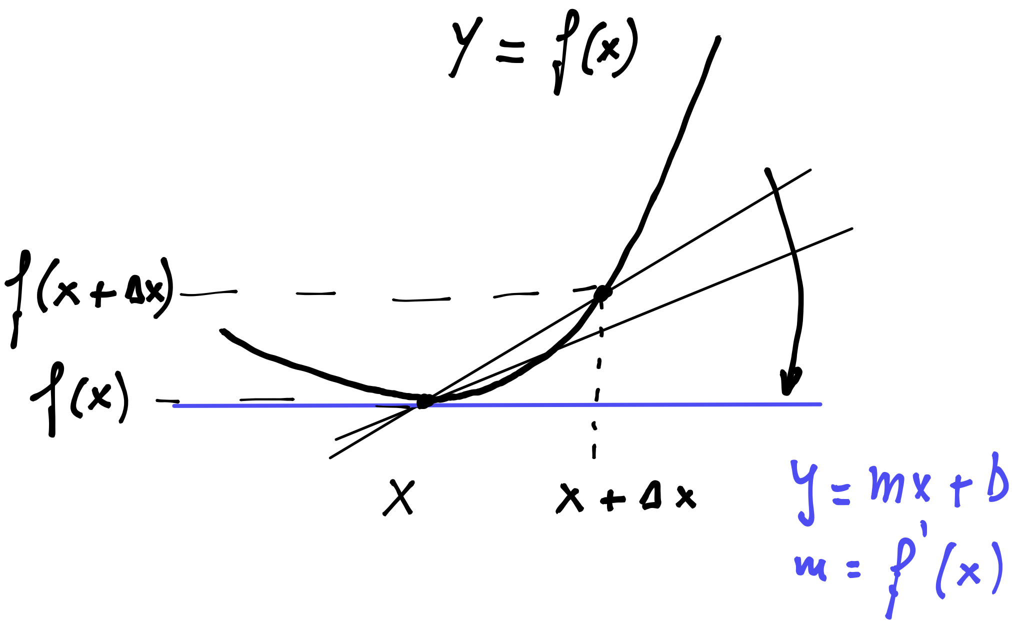
Leitura e Vídeos:

- Sebenta teórica, Capítulo 2: páginas 26-37.
- Vídeos Cap2. 2.26 – 2.39

No final desta semana, deves ser capaz de:

- Perceber que a derivada de uma função num ponto é o limite de uma sequência de divisões, cada uma delas representando o declive de uma reta que contém o ponto, e que o valor do limite representa o declive da reta tangente ao gráfico no ponto.
- Determinar as derivadas de algumas funções elementares e interpretar o seu valor num ponto.

O essencial



$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \underbrace{\frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}}$$

Declives de retas que contêm o ponto fixo $(x, f(x))$ e o ponto variável $(x+\Delta x, f(x+\Delta x))$

$f'(a) > 0 \Rightarrow f$ é crescente no ponto $x = a$

$f'(a) < 0 \Rightarrow f$ é decrescente no ponto $x = a$

$f'(a) = 0 \Rightarrow f$ é estacionária no ponto $x = a$

$f'(x) > 0$ no intervalo $]a, b[$ $\Rightarrow f$ é crescente no intervalo $]a, b[$

$f'(x) < 0$ no intervalo $]a, b[$ $\Rightarrow f$ é decrescente no intervalo $]a, b[$

$f'(a) = 0 \Rightarrow f$ é constante no ponto $x = a$

Derivadas de Algumas Funções Elementares

$u = u(x)$ é qualquer função derivável

1. Constantes

$$f(x) = k$$
$$f'(x) = 0$$

2. Potências

$$f(x) = u^a$$
$$f'(x) = a u^{a-1} u'$$

3. Exponenciais

$$f(x) = a^x \quad (a > 0)$$
$$f'(x) = \ln(a)\, a^x$$

$$f(x) = e^x$$
$$f'(x) = e^x$$

4. Logarítmos

$$f(x) = \log_b(x)$$
$$f'(x) = \frac{1}{x \cdot \ln(b)}, \quad x > 0$$

$$f(x) = \log_b(|x|)$$
$$f'(x) = \frac{1}{x \ln(b)}$$

Exercícios 2.35

(d) $y = 3x \Rightarrow y' = (3x)'$

$$= 3(x)'$$

$$= 3$$

(e) $y = 2 - \sqrt{2}\,x \Rightarrow y' = (2 - \sqrt{2}\,x)'$

$$\Leftrightarrow y' = (2)' - (\sqrt{2}\,x)'$$

$$\left| \begin{array}{l} (2)' = 0 \\ (\sqrt{2}\,x)' = \sqrt{2}\,(x)' = \sqrt{2} \end{array} \right.$$

$$y' = -\sqrt{2}$$

(g) $y = x^{-2} \Rightarrow y' = (x^{-2})'$

$$= -2x^{-3}$$

(j) $y = -\sqrt[4]{x} - 4x^{-5/2}$

$$\Rightarrow y' = \left(-x^{1/4} - 4x^{-5/2}\right)'$$

$$= \left(-x^{1/4}\right)' - \left(4x^{-5/2}\right)'$$

$$\left| \begin{array}{l} -x^{1/4} = -\frac{1}{4}x^{1/4-1} \\ \qquad = -\frac{1}{4}x^{-3/4} \end{array} \right.$$

$$\left(4x^{-5/2}\right)' = 4\left(x^{-5/2}\right)'$$

$$= 4\left(-\frac{5}{2}\right)x^{-5/2-1}$$

$$= -10\,x^{-7/2}$$

$$y' = -\frac{1}{4}x^{-3/4} - 10\,x^{-7/2}$$