Exercício **1.** Calcular os integrais.

(a) $\int f'(x) f^{4/3}(x) dx$

(b) $\int_{\pi/2}^{\pi} cos(2x) dx$.

(a) $\int f' \cdot f^{4/3} \, dx = \frac{f^{4/3+1}}{4/3+1} + C$

$= \frac{f^{7/3}}{7/3} + C$

$= \frac{3}{7} f^{7/3} + C$ //

[aplicação direta da fórmula $\int u' \cdot u^n dx = \frac{u^{n+1}}{n+1} + C$]

(b) $I = \int_{\pi/2}^{\pi} \cos(2x) \, dx$

$\int \cos(2x) \, dx$

$= \frac{1}{2} \int 2 \cos(2x) \, dx$

$= \frac{1}{2} \sin(2x) + C$

[aplicação direta da fórmula

$\int u' \cdot \cos(u) \, dx = \sin(u) + C$]

$I = \frac{1}{2} \sin(2x) \Big|_{\pi/2}^{\pi} = \frac{1}{2} \underbrace{\sin(2\pi)}_{=0} - \frac{1}{2} \underbrace{\sin(\pi)}_{=0} = 0$ //

[Ver Sumário da Semana 10]

Exercício **2.** Calcular o integral definido usando a substituição indicada.

$$\int_{-1}^{0} 3x(x^2-2)^2 dx, \quad u = x^2 - 2$$

$$I = \int_{-1}^{0} 3x(x^2-2)^2 dx$$

C.A.

$u = x^2 - 2$

$\frac{du}{dx} = (x^2-2)' = 2x$

$dx = \frac{du}{2x}$

$$\int 3x(x^2-2)^2 dx = \int 3x u^2 \frac{du}{2x}$$

$$= \int \frac{3}{2} u^2 du = \frac{3}{2} \int u^2 du$$

$$= \frac{3}{2} \frac{u^3}{3} + c = \frac{1}{2} u^3 + c$$

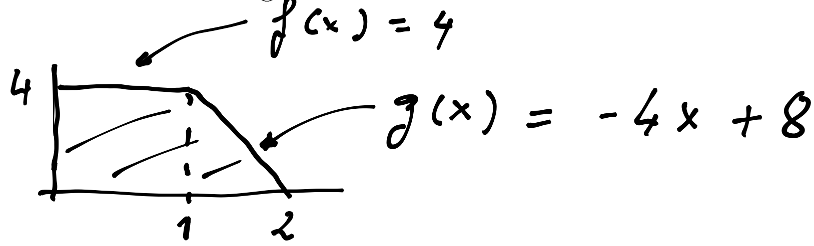
$$= \frac{1}{2}(x^2-2)^3 + c$$

$$I = \frac{1}{2}(x^2-2)^3 \Big|_{-1}^{0} = \frac{1}{2}(0^2-2)^3 - \frac{1}{2}\left((-1)^2-2\right)^3$$

$$= -\frac{8}{2} + \frac{1}{2} = -\frac{7}{2}$$

[Ver Sumário da Semana 11]

Exercício **3.** Calcular a área da região sombreada na figura 1 usando geometria simples. Calcular depois a área usando integrais definidos.



$$\text{Área} = \text{Área}_{\square} + \text{Área}_{\triangle}$$

$$= 4 \times 1 + \frac{4 \times 1}{2} = 6$$

$$\text{Área} = \int_0^1 f(x)\,dx + \int_1^2 g(x)\,dx$$

$f(x) = 4$, função constante

$g(x)$ é um segmento de reta

Equação da reta: $y = mx + b$

A reta contém os pontos $(1,4)$ e $(2,0)$

$\underline{m}$: $m = \dfrac{0-4}{2-1} = -4$

$\therefore\ y = -4x + b$

$\underline{b}$: usando as coordenadas do ponto $(2,0)$

$$0 = -4(2) + b \Rightarrow b = 8$$

$$\therefore\ g(x) = -4x + 8$$

$$\text{Área} = \int_0^1 4\,dx + \int_1^2 (-4x+8)\,dx = 4x\Big|_0^1 - 4\int_1^2 x\,dx + \int_1^2 8\,dx$$

$$= 4 - 4\frac{x^2}{2}\Big|_1^2 + 8x\Big|_1^2 = 4 - 2(2^2 - 1^2) + 8(2-1)$$

$$= 4 - 2(3) + 8 = 6$$

[Ver TPC, Semana 13]

Exercício **4.** A expansão em série de Taylor da função $sin(x)$ em torno do ponto $x = 0$ é

$$sin(x) = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \cdots$$

(a) Representar a série usando notação sigma.
(b) Usar a soma parcial S_2 para determinar uma aproximação do valor $sin(0.1)$.

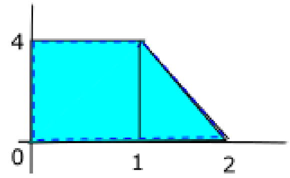


Figura 1

Formulário:

$$\int \frac{u'}{u} dx = ln|u| + C \qquad \int u' e^u dx = e^u + C \qquad \int u' u^n dx = \frac{u^{n+1}}{n+1} + C \qquad \int u' cos(u) dx = sen(u) + C$$

(a) $$\sin(x) = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!}$$

ou

$$\sin(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^{n} \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$$

[Resolvida na Sebenta, Cap 4]

(b) $$S_2 = x - \frac{x^3}{3!}$$

$$\sin(0.1) \approx 0.1 - \frac{0.1^3}{6}$$

[deste tipo, resolvidas nas aulas]