

Função Quadrática

$$f(x) = ax^2 + bx + c \quad a, b, c \in \mathbb{R}.$$

Orientação da Concavidade

Para cima, se $a > 0$; para baixo, se $a < 0$ (ver gráficos na figura 1, das parábolas do exercício 1).

Fórmula Resolvente

Raízes da função $f(x) = ax^2 + bx + c$.

$$ax^2 + bx + c = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

Sendo as raízes

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a},$$

verifica-se o seguinte:

- A **abscissa do vértice** da parábola, x_v , é

$$x_v = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-b}{2a};$$

- O polinómio pode ser **fatorizado** da forma

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2);$$

- Se os coeficientes a, b, c do polinómio são reais, então as raízes são complexas conjugadas;
- Se as raízes são complexas com parte imaginária não nula, o gráfico da função não intersesta o eixo das abcissas;
- Se as raízes são reais e iguais (**raiz dupla** ou **raiz de multiplicidade dois**), o gráfico intersesta o eixo das abcissas num só ponto;

Exercício 1. Determinar as raízes. Esboçar o gráfico. Indicar a abscissa do vértice. Escrever na forma fatorizada $a(x - x_1)(x - x_2)$.

$$(a) f(x) = -2x^2 - 2x + 4$$

$$(b) f(x) = 3x^2 + 3x - 18$$

$$(c) f(x) = x^2 - 4x + 5$$

$$(d) f(x) = 2x^2 - 2$$

$$(e) f(x) = 3x^2 + 12x + 12$$

$$(f) f(x) = -x^2 + 6x - 9$$

Resolução.

- Determinar as raízes.

$$(a) -2x^2 - 2x + 4 = 0 \Leftrightarrow -x^2 - x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{-2} \Leftrightarrow (x_1 = -2) \vee (x_2 = 1)$$

$$(b) 3x^2 + 3x - 18 = 0 \Leftrightarrow x^2 + x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+24}}{-2} \Leftrightarrow (x_1 = -3) \vee (x_2 = 2)$$

$$(c) x^2 - 4x + 5 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{16+20}}{-2} \Leftrightarrow (x_1 = -2-i) \vee (x_2 = -2+i)$$

$$(d) -2x^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow -x^2 + 2 = 0 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{-1} = \pm i \Leftrightarrow (x_1 = -i) \vee (x_2 = i)$$

$$(e) 3x^2 + 12x + 12 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 4x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{16-16}}{2} \Leftrightarrow (x_1 = -2) \vee (x_2 = -2)$$

$$(f) -x^2 + 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-6 \pm \sqrt{36-36}}{-2} \Leftrightarrow (x_1 = 3) \vee (x_2 = 3)$$

- Esboçar os gráficos: ver a figura 1
- Indicar a abcissa do vértice, x_v .

$$(a) x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-2)}{-4} = -\frac{1}{2} \qquad (b) x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-3}{6} = -\frac{1}{2}$$

$$(c) x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-4)}{2} = 2 \qquad (d) x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-0}{-4} = 0$$

$$(e) x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-12}{6} = -2 \qquad (f) x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-6}{-2} = 3$$

- Escrever na forma fatorizada.

$$(a) -2x^2 - 2x + 4 = -2(x+2)(x-1) \quad (b) 3x^2 + 3x - 18 = 3(x+3)(x-2)$$

$$(c) x^2 - 4x + 5 = (x+2+i)(x+2-i) \quad (d) -2x^2 - 2 = -2(x+i)(x-i)$$

$$(e) 3x^2 + 12x + 12 = 3(x+2)(x+2) \quad (f) -x^2 + 6x - 9 = -(x-3)(x-3)$$

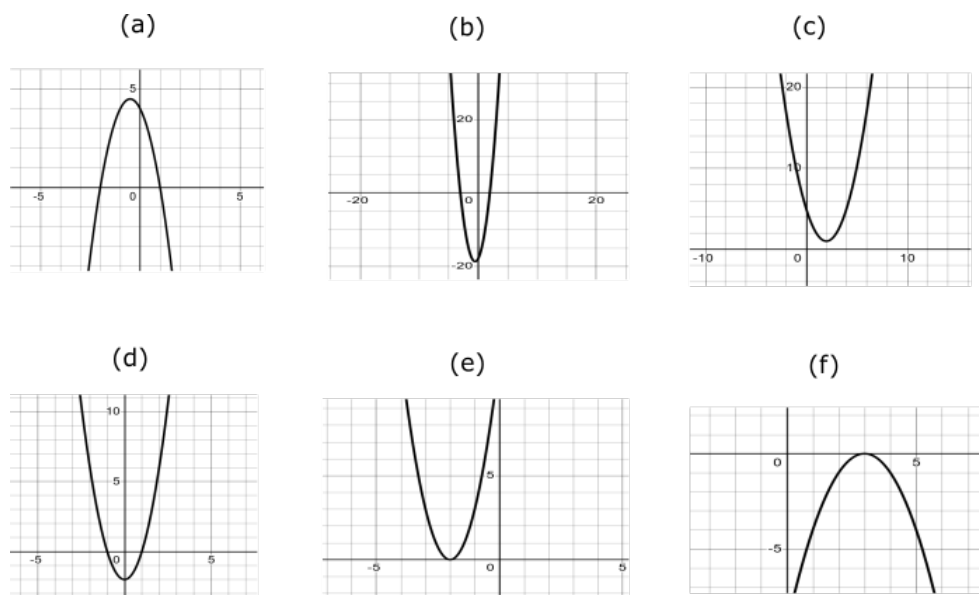


Figura 1