

Escrever com caneta azul ou preta. Apresentar os cálculos que justificam as respostas. Não usar calculadora, telemóvel ou qualquer outro dispositivo electrónico.

Exercício 1. (6v)

- (a) Efetuar a divisão $27.2 \div 45$. Se o dividendo vier em metros e o divisor em segundos, quais as unidades do cociente e do resto?
- (b) Escrever a equação da reta que contém os dois pontos $(1, 3)$ e $(2, 1)$. Escrever as coordenadas de um terceiro ponto da reta.
- (c) Resolver a inequação $|x + 3| < 8$.
- (d) Representar um triângulo retângulo e designar por **a, b, c** as medidas dos lados. Marcar na figura com a letra θ um dos ângulos internos, não reto. Escrever uma expressão que represente o valor do ângulo θ , em radianos, em função das medidas dos lados.

Exercício 2. (2v)

Esboçar os gráficos das funções $f(x) = \sqrt{x}$ e $g(x) = -\sqrt{x} + 3$. Qual o domínio da função $g(x)$?

Exercício 3. (3v)

- (a) Sem determinar $f'(x)$, calcular um valor aproximado de $f'(3)$, sendo $f(x) = 1/x$.
- (b) A função $f(x) = -\sqrt[4]{x} + \sin(2\pi x)$ é crescente, decrescente ou estacionária no ponto $x = 1$ do seu domínio?

Exercício 4. (3v)

- (a) Representar graficamente o domínio da função $f(x, y) = \ln(x^2 + y^2 - 4)$. Indicar um ponto que não pertença ao domínio.
- (b) Determinar a derivada parcial $\partial f / \partial y$ no ponto $(e, 2)$. Interpretar o valor obtido.

Exercício 5. (3v)

- (a) Calcular o integral $I = \int_0^{\pi/4} \sec^2(3x) dx$.

- (b) Calcular o integral

$$I = \int \frac{x}{x+1} dx,$$

usando a substituição $u = x + 1$.

Exercício 6. (3v)

- (a) Usar a notação $\sum_{n=0}^{\infty} ar^n$ para representar uma série geométrica convergente com primeiro termo igual a 2, escolhendo um valor conveniente para a razão da série. Determinar a soma da série.
- (b) Provar a equivalência

$$\cos(x) = \frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2}.$$

Formulário:

$$\int \frac{u'}{u} dx = \ln|u| + C$$

$$\int u' e^u dx = e^u + C$$

$$\int u' u^n dx = \frac{u^{n+1}}{n+1} + C$$

$$\int u' \cos(u) dx = \sin(u) + C$$

$$\int u' \sec^2(u) dx = \tan(u) + C$$

$$\int u' \csc^2(u) dx = -\cot(u) + C$$

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} b_n (x-b)^n, \quad b_n = \frac{f^{(n)}(b)}{n!}$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$e^{ix} = \cos(x) + i\sin(x)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} ar^n = \frac{a}{1-r}, \quad |r| < 1$$

$$\sin(0) = 0 \quad \cos(0) = 1$$

$$\sin(\pi/4) = 1/\sqrt{2}$$

$$\cos(\pi/4) = 1/\sqrt{2}$$

$$\tan(x) = \sin(x)/\cos(x)$$

$$\cot(x) = \cos(x)/\sin(x)$$

$$\sec(x) = 1/\cos(x)$$